

AMA-2012 - Toulouse, 23 janvier 2012

# Sur l'utilisation de l'entropie humide dans les paramétrisations de la turbulence.

*Pascal MARQUET*  
*(Météo-France. DPrévi / LABO)*  
*Jean-François Geleyn*  
*(Météo-France. CNRM)*



**METEO FRANCE**

## Plan de l'exposé

1) Motivations : pourquoi s'intéresser à l'entropie ? (humide)

2) Comment calculer l'entropie (humide) ?  $s = C_{ste} + c_{pd} \ln(\theta_s)$

3) Applications : Strato-cumulus ... → Turbulence ?

4) Turbulence : variables conservatives  $(\theta_s, q_t)$  et  $N^2$  ?

5) Conclusions – Perspectives → exposé de J-F. Geleyn ...



## *Plan de l'exposé*

1) Motivations : pourquoi s'intéresser à l'entropie ? (humide)

2) Comment calculer l'entropie (humide) ?  $s = C_{ste} + c_{pd} \ln(\theta_s)$

3) Applications : Strato-cumulus ... → Turbulence ?

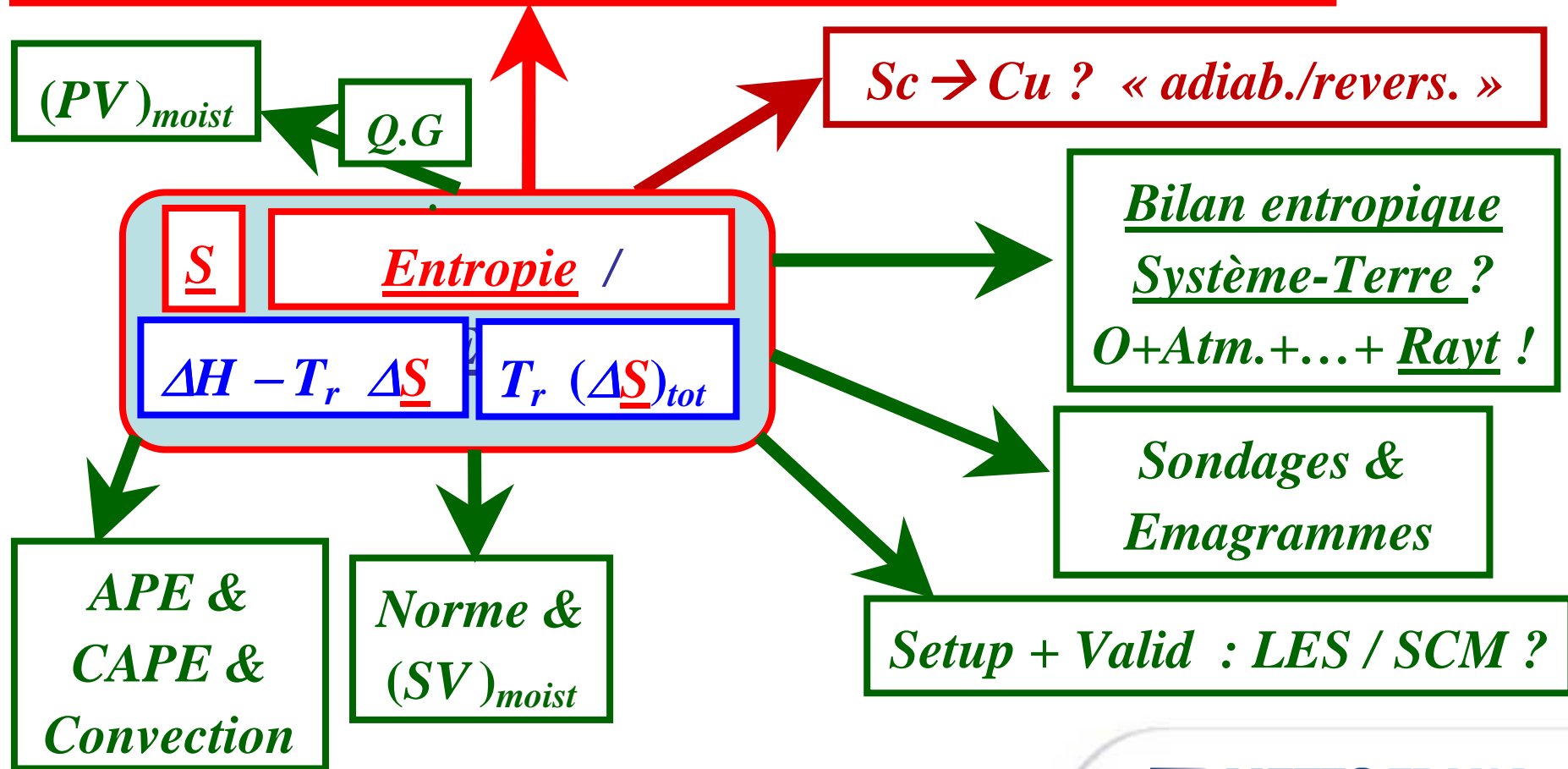
4) Turbulence : variables conservatives  $(\theta_s, q_t)$  et  $N^2$  ?

5) Conclusions – Perspectives → exposé de J-F. Geleyn ...



## Conclusions / Perspectives ... en juin 2010 (CNRM)

Turbulence :  $P_\theta = (g/\theta) \langle w' \theta_v' \rangle$  ; relier  $\langle w' s' \rangle$  avec  $\langle w' \theta_l' \rangle$  et  $\langle w' q_t' \rangle$  aussi  $(N^2)_{moist}$  et/ou  $R_i$  ? ...



## Motivations : pourquoi « s » ?

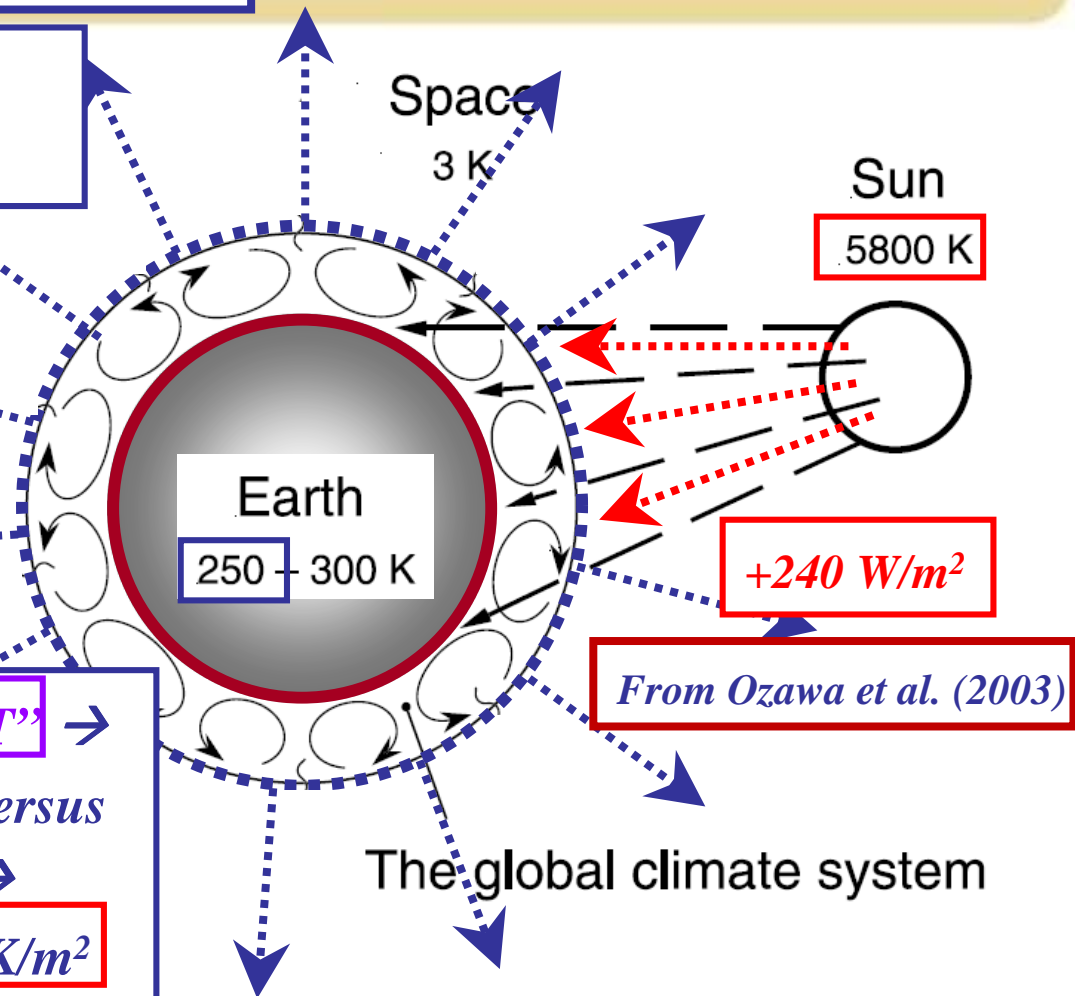
## Grands équilibres pour la Terre ?

1) Budget fermé en énergie (ou enthalpie) :  $F = +/- 240 \text{ W/m}^2$

$-240 \text{ W/m}^2$

→ un monitoring de ces 2 budgets ?

2) Déséquilibre en entropie : “ $F/T$ ” →  
 $-240/250 = -940 \text{ mW/K/m}^2$  versus  
 $+240/5800 = +40 \text{ mW/K/m}^2$  →  
production nette de  $900 \text{ mW/K/m}^2$   
par Atm. / Surf. / Oceans / ...



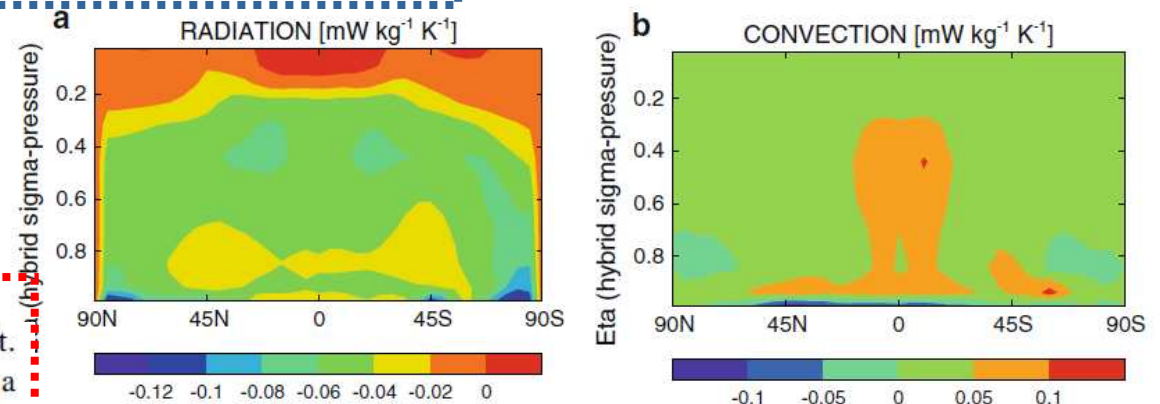
# Bilan global de l'entropie : sources / puits ?

Climate entropy budget of the HadCM3 atmosphere–ocean general circulation model and of FAMOUS, its low-resolution version

Salvatore Pascale · Jonathan M. Gregory ·  
Maarten Ambaum · Rémi Tailleux

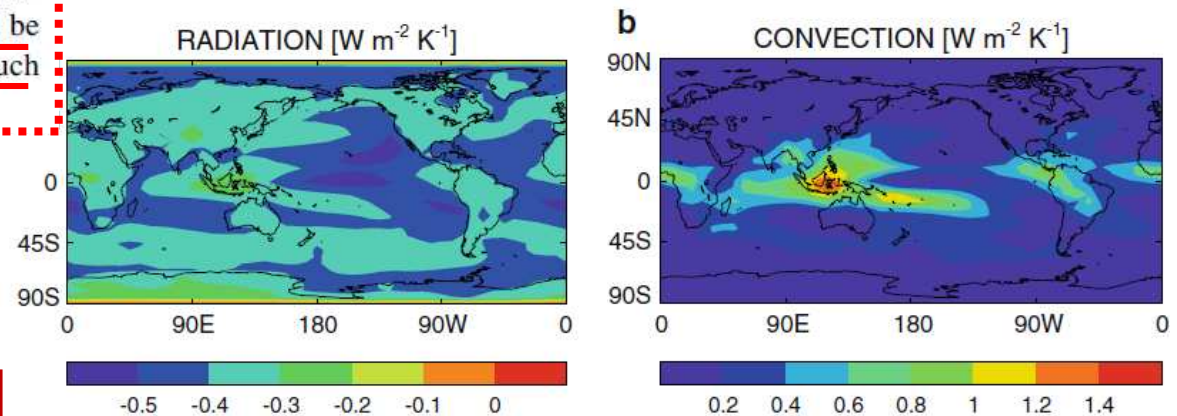
Clim Dyn © Springer-Verlag 2009  
DOI 10.1007/s00382-009-0718-1

**Fig. 1** Fifty year zonal means of the specific entropy sources  $\dot{s}_{\text{rad}}$ ,  $\dot{s}_{\text{conv}}$ ,  $\dot{s}_{\text{ls}}$ ,  $\dot{s}_{\text{bl}}$ ,  $\dot{s}_{\text{diff}}$  and  $\dot{s}_{\text{encor}}$  ( $\text{mW kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ ) within the atmosphere from FAMOUS



the formulation of the model has an important influence on the climate entropy budget. Since this is the first diagnosis of the entropy budget in a climate model of the type and complexity used for projection of twenty-first century climate change, it would be valuable if similar analyses were carried out for other such models.

**Fig. 2** Fifty year mean of the mass weighted vertical integrals of the entropy sources  $\dot{s}_{\text{rad}}$ ,  $\dot{s}_{\text{conv}}$ ,  $\dot{s}_{\text{ls}}$ ,  $\dot{s}_{\text{bl}}$ ,  $\dot{s}_{\text{diff}}$  and  $\dot{s}_{\text{encor}}$  ( $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ ) from FAMOUS



+ *HadCM3*  
+ *océans ...*



METEO FRANCE

## Entropie d'un gaz parfait

Entropie :  $dS = \frac{\delta Q}{T}$

Equation  
d'état :

$$p = \rho R T$$

$c_p(T)$  constant :  $S = S_0 + c_p \ln(T/T_0) - R \ln(p/p_0)$

$$S = S_{ref} + c_p \ln(\theta)$$

$$S_{ref} = S_0 - c_p \ln(T_0)$$

$$\theta = T \left( \frac{p_0}{p} \right)^{R/c_p}$$





## Entropie d'un gaz parfait

Equation  
d'état :

$$p = \rho R T$$

Entropie :

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

$c_p(T)$  constant :

$$S = S_{ref} + c_p \ln(\theta)$$

$$\theta = T \left( \frac{p_0}{p} \right)^{R/c_p}$$

*Si adiab. rev.  
= isentrope*

## Fréquence Brunt-Väisälä ?



$$N^2 = \left( \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)_{part} - \left( \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)_{env}$$

$$N^2 \approx \left( \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{env} - \left[ \left( \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{part} \right]$$



## Plan de l'exposé

1) Motivations : pourquoi s'intéresser à l'entropie ? (humide)

2) Comment calculer l'entropie (humide) ?  $s = C_{ste} + c_{pd} \ln(\theta_s)$

3) Applications : Strato-cumulus ... → Turbulence ?

4) Turbulence : variables conservatives  $(\theta_s, q_t)$  et  $N^2$  ?

5) Conclusions – Perspectives → exposé de J-F. Geleyn ...



## ***Entropie d'un gaz parfait : généralisations humides ?***

*Equation  
d'état :*

$$p = \rho R T$$

*Entropie :*

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

*$c_p(T)$  constant :*

$$S = S_{ref} + c_p \ln(\theta)$$

$$\theta = T \left( \frac{p_0}{p} \right)^{R/c_p}$$

***Fréq. Brunt-Väisälä ?***

*→ flottabilité :*

$$\theta_v$$

*+ nouvelles températures  
potentielles humides ?*

$$\theta_{DK82}$$

$$\theta_{E94}$$



**METEO FRANCE**

## L'entropie « s » $\leftrightarrow \theta_l$ ou $\theta_E$ ?

*Betts (1973) /  $\theta_l$  :*

$$0 = \frac{ds}{1 + r_t} \approx c_{pd} \frac{d\theta_l}{\theta_l} \approx c_{pd} \frac{d\theta}{\theta} - \frac{L_v(T)}{T} dq_l,$$

*et si  $dq_t = 0$  :*

$$0 = \frac{ds}{1 + r_t} \approx c_{pd} \frac{d\theta_{ES}}{\theta_{ES}} \approx c_{pd} \frac{d\theta}{\theta} + \frac{L_v(T)}{T} dq_s.$$

### Conclusions :

- 1)  $\theta_l$  certes « conservatif » (i.e. conservé si adiab. réserv. fermé) :  
mais termes  $ds/(1 + r_t)$  et  $dq_t = 0$  et  $L_{vap}(T)/T = \text{Cste} \dots ??$
- 2) Donc : ni  $\theta_l$  ni  $\theta_E$  ne sont une mesure de l'entropie !
- 3) Donc : recherche de la formulation de l'entropie (humide) ...



## Calculs de $s \rightarrow \theta_s \rightarrow (\theta_s)_I$ (1/3)

Definition of a moist entropy potential temperature:  
application to FIRE-I data flights

Pascal Marquet

Q. J. R. Meteorol. Soc. 137: 768–791, April 2011 A Météo-France, DPrévi/Labo, Toulouse, France

*Entropie = fonction d'état  $\rightarrow$  calculable en tout point:*

$$s = q_d s_d + q_v s_v + q_l s_l + q_i s_i$$

*Hauf & Höller (1987)*

$q_d$

$$s_d = (s_d)_r + c_{pd} \ln(T/T_r) - R_d \ln[p/(p_d)_r]$$

$q_v$

$$s_v = (s_v)_r + c_{pv} \ln(T/T_r) - R_v \ln[e/e_r]$$

$q_l$

$$s_l = (s_l)_r + c_l \ln(T/T_r)$$

$q_i$

$$s_i = (s_i)_r + c_i \ln(T/T_r)$$

*Le but :*

$$s = s_{ref} + c_{pd} \ln(\theta_s)$$

$$s_{ref} = \text{Cste}$$

$$s \leftrightarrow \theta_s ?$$

*Les constantes  
deviennent "actives" !  
(dépendantes de  $q_d, q_v, \dots$ )*



**METEO FRANCE**

## Calculs de $s \rightarrow \theta_s \rightarrow (\theta_s)_1$ (2/3)

MOIST ENTROPIC POTENTIAL TEMPERATURE

$\forall (T_r, p_r, r_r) !$

$$[s] = s_{ref} + c_{pd} \ln([\theta_s])$$

$$s_{ref} \approx 1138.56 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$$

$$[\theta_s] \equiv \theta \exp(\Lambda q_t) \exp\left(-\frac{L_v q_l + L_s q_i}{c_{pd} T}\right)$$

$$(\theta_s)_1$$

**Approximation**

$$\times \left(\frac{T}{T_r}\right)^{\lambda q_t} \left(\frac{p}{p_r}\right)^{-\kappa \delta q_t}$$

$$\times \left(\frac{r_r}{r_v}\right)^{\gamma q_t} \frac{(1 + \eta r_v)^{\kappa(1 + \delta q_t)}}{(1 + \eta r_r)^{\kappa \delta q_t}}$$

$$\approx 1$$

$\theta_s$  compliquée ?

En fait “similaire” à HH87, M93 ou E94, excepté...



METEO FRANCE

### Calculs de $s \rightarrow \theta_s \rightarrow (\theta_s)_1$ (3/3)

*Approximation :*

$$(\theta_s)_1 = \theta_l \exp[\Lambda q_t]$$

*Generalisation / mélange  
des 2 variables de Betts :*

$$\theta_l = \theta \exp\left(-\frac{L_v q_l}{c_{pd} T}\right)$$

$$q_t = q_v + q_l$$

+ valeurs absolues des  
entropies partielles  $\rightarrow$

$$\Lambda = [(s_v)_r - (s_d)_r] / c_{pd} \approx 5.87$$

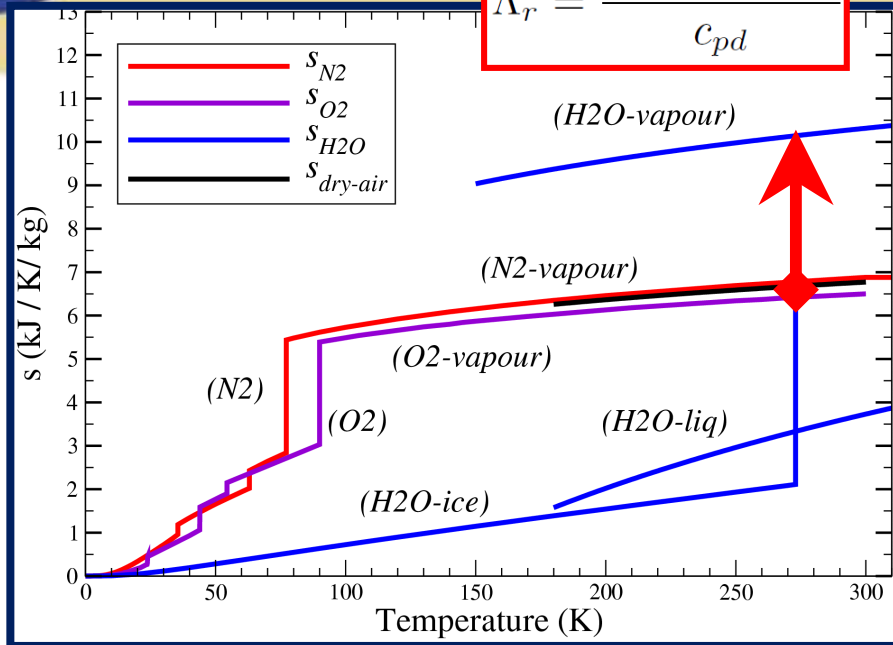
*Impacts des échanges  $q_d \leftrightarrow q_t$  ?*

**3<sup>ème</sup> Principe ...**

*Mais on peut aussi garder l'expression complète pour  $\theta_s$  !*



$$\Lambda_r = \frac{(s_v)_r - (s_d)_r}{c_{pd}}$$



Valeurs de références ?

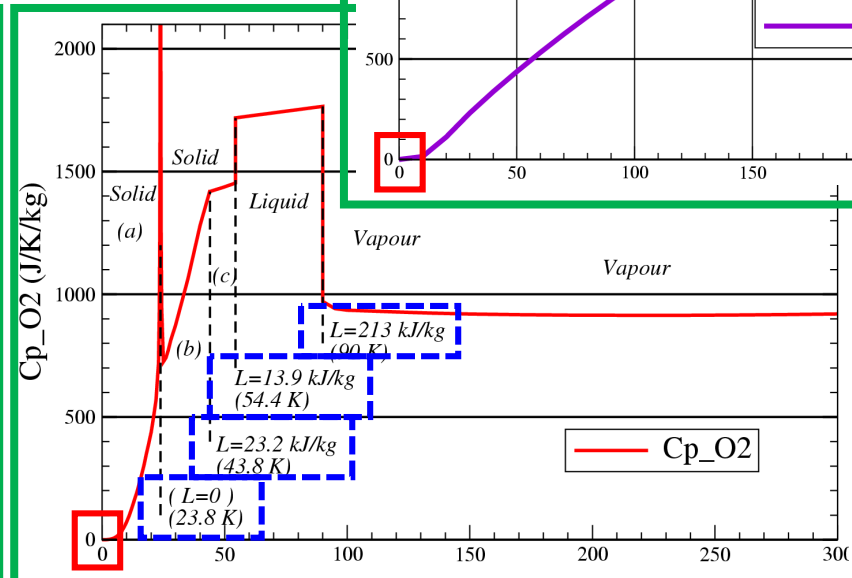
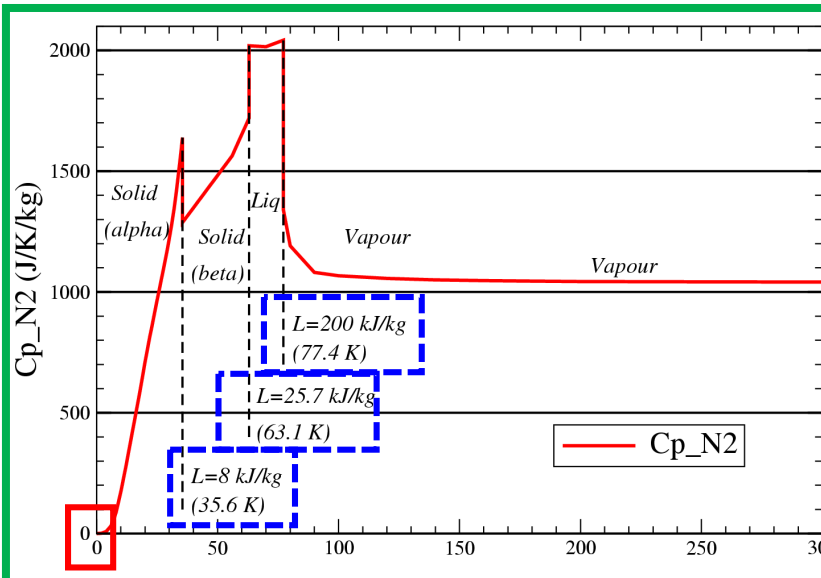
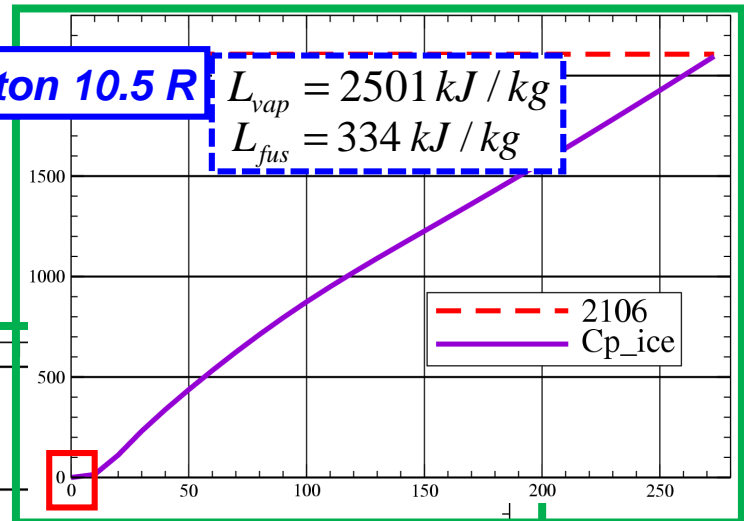
$\Lambda_r$

$$s(T_0, p_0) = s(T = 0) + \int_0^{T_0} \frac{c_p(T)}{T} dT + \sum_k \frac{L_k}{T_k} + \Delta s[p_{sat}(T_0) \rightarrow p_0]$$

$\neq$  Trouton 10.5 R

$$L_{vap} = 2501 \text{ kJ/kg}$$

$$L_{fus} = 334 \text{ kJ/kg}$$





## ***Plan de l'exposé***

1) Motivations : pourquoi s'intéresser à l'entropie ? (humide)

2) Comment calculer l'entropie (humide) ?  $s = C_{ste} + c_{pd} \ln(\theta_s)$

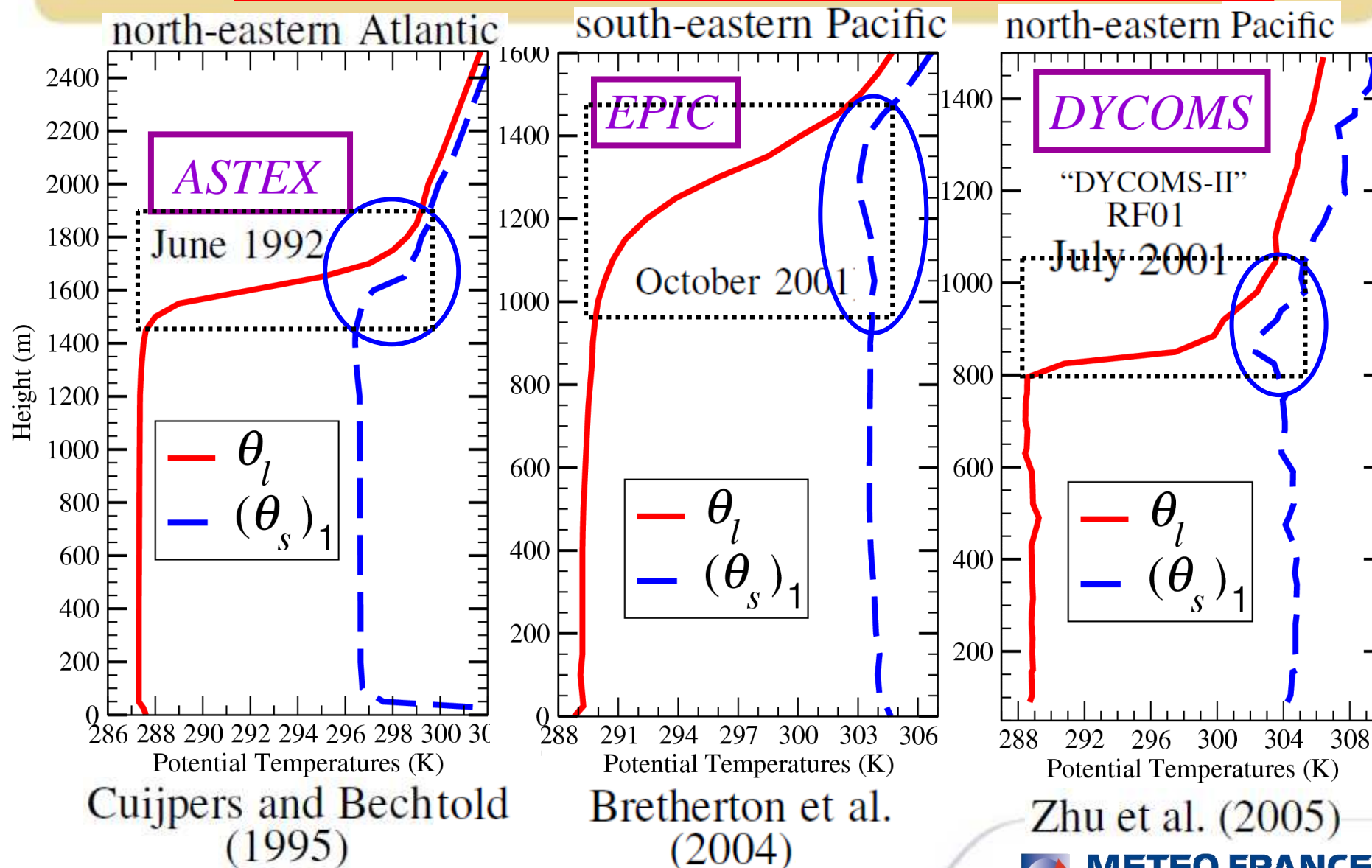
3) Applications : *Strato-cumulus ...* → **Turbulence ?**

4) Turbulence : variables conservatives  $(\theta_s, q_t)$  et  $N^2$  ?

5) Conclusions – Perspectives → exposé de J-F. Geleyn ...



***FIRE-I RF03B → 02B-04B-08B : OK ! ... et :***



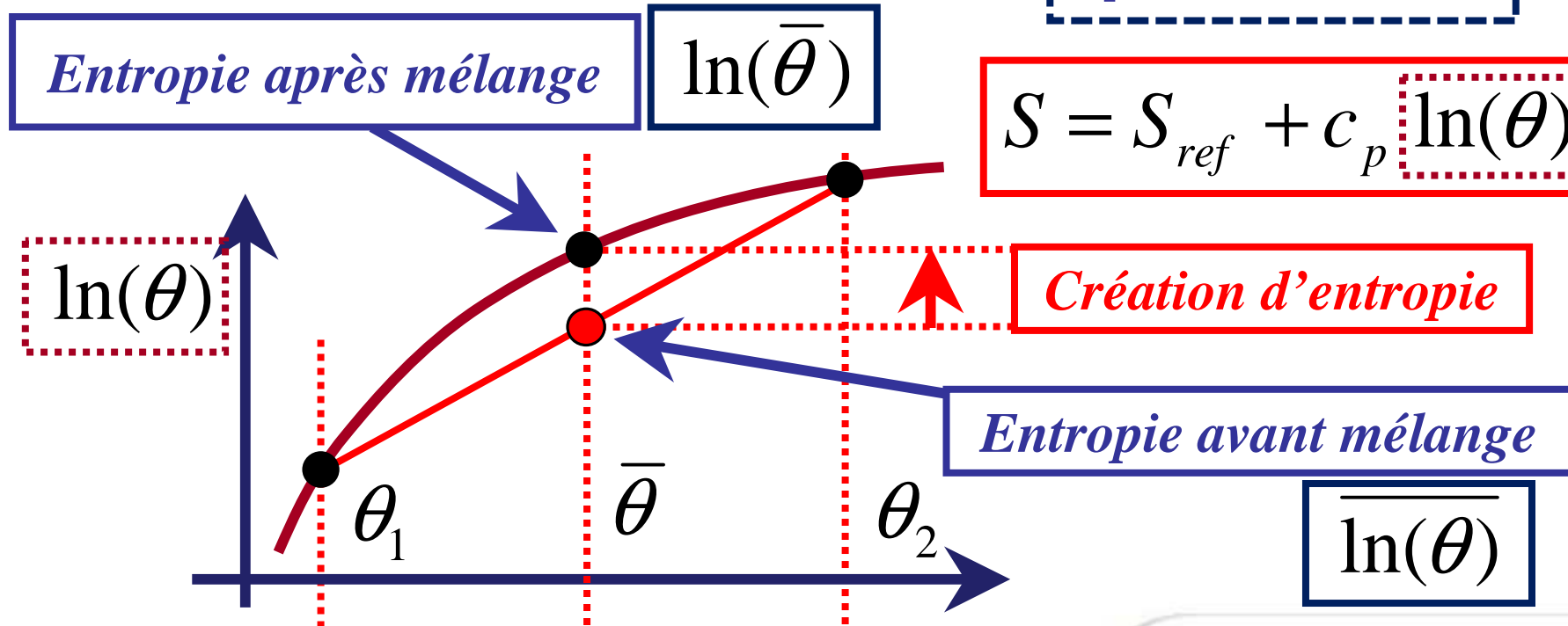
## L'entropie « s » en turbulence ?

**Turbulence** : relier  $\langle w's' \rangle$  avec  $\langle w' \theta_t' \rangle$  et  $\langle w' q_t' \rangle$  ?

... Création d'entropie si homogénéisation  
(par ex. par la turbulence ...) ??

$c_p(T)$  constant :

$$S = S_{ref} + c_p \ln(\theta)$$



## ***Plan de l'exposé***

1) Motivations : pourquoi s'intéresser à l'entropie ? (humide)

2) Comment calculer l'entropie (humide) ?  $s = C_{ste} + c_{pd} \ln(\theta_s)$

3) Applications : Strato-cumulus ... → Turbulence ?

4) Turbulence : variables conservatives  $(\theta_s, q_t)$  et  $N^2$  ?

5) Conclusions – Perspectives → exposé de J-F. Geleyn ...



# Fréquence de Brunt-Väisälä $N^2$ / Marquet-Geleyn QJRMS (review)

Traditionnellement :

$$N_m^2 = \left( \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)_{par.} - \left( \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)_{env.}$$

→ variables conservatives :

$$N_m^2 = \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \Big|_{s,q_t} - \frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

Variables conservatives :

$$\rho(s, q_t, p)$$

→ développement du gradient :

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial \rho}{\partial s} \Big|_{p,q_t} \frac{\partial s}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial q_t} \Big|_{p,s} \frac{\partial q_t}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial p} \Big|_{s,q_t} \frac{\partial p}{\partial z}$$

Hydrostatique :

$$dp = -\rho g dz$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} \Big|_{s,q_t} = \frac{\partial \rho}{\partial z} - \frac{\partial \rho}{\partial s} \Big|_{p,q_t} \frac{\partial s}{\partial z} - \frac{\partial \rho}{\partial q_t} \Big|_{p,s} \frac{\partial q_t}{\partial z}$$

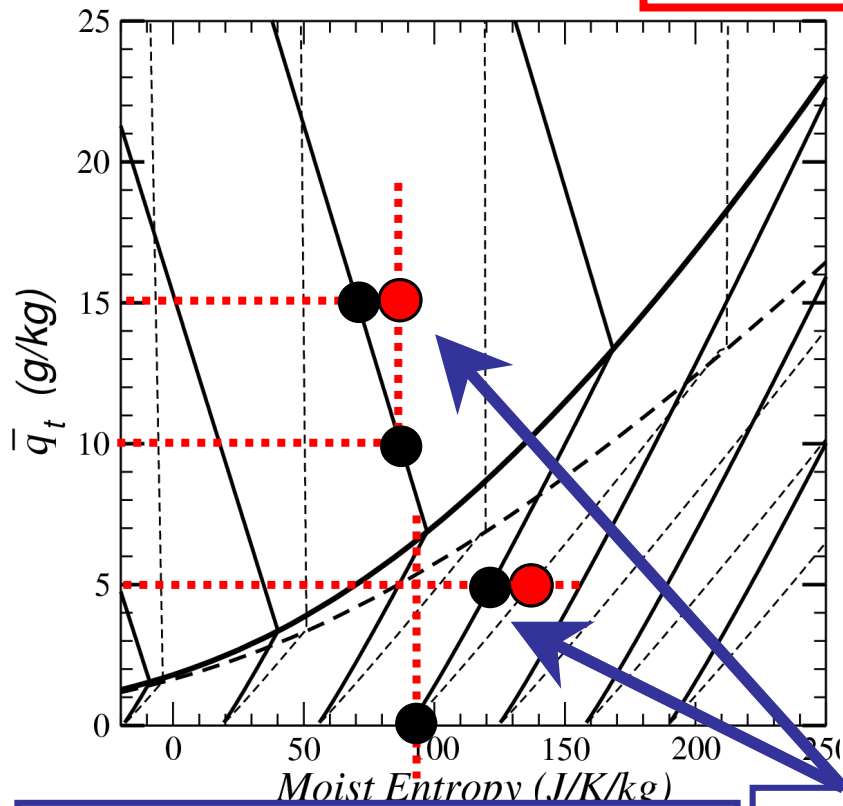
En variables conservatives :

$$N_m^2 = -\frac{g}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial s} \Big|_{p,q_t} \frac{\partial s}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial q_t} \Big|_{p,s} \frac{\partial q_t}{\partial z} \right)$$



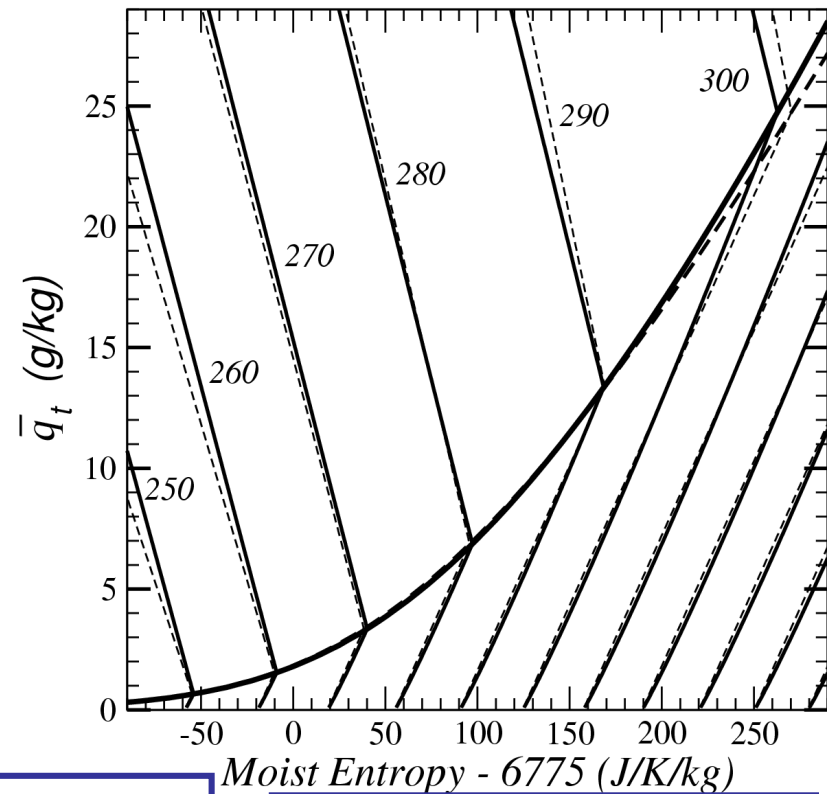
# Comparaisons $\theta_s$ et $(\theta_s)_1 \leftrightarrow$ Emanuel (1994) Pauluis (2010) ?

$$T = T(s, q_t, p = 900 \text{ hPa})$$



Traits pleins :  $s(\theta_s)$   
Pointillés : Pauluis-Emanuel

Réponses en «  $s$  »  
différentes pour  
un même  $\Delta q_t$  !  
→ vraie / fausse ?



Traits pleins :  $s(\theta_s)$   
Pointillés :  $s_1[(\theta_s)_1]$



METEO FRANCE

# Fréquence de Brunt-Väisälä $N^2$ / Marquet-Geleyn QJRMS (review)

$$N_{ns}^2 = \Gamma_{ns} \frac{\partial s}{\partial z} + g \frac{\partial \ln(q_d)}{\partial z} + \Gamma_{ns} \left[ (1 + r_v) \frac{c_p R_v}{R} - c_{pd} (\Lambda_r + \Lambda_v) \right] \frac{\partial q_v}{\partial z}$$

$$\Lambda_r = \frac{(s_v)_r - (s_d)_r}{c_{pd}} \approx 5.87$$

$$\Lambda_v = \lambda \ln \left( \frac{T}{T_r} \right) - \kappa \delta \ln \left( \frac{p}{p_r} \right) - \gamma \ln \left( \frac{r_v}{r_r} \right) + \kappa \delta \ln \left( \frac{1 + \eta r_v}{1 + \eta r_r} \right)$$

$$N_{sw}^2 = \Gamma_{sw} \frac{\partial s}{\partial z} + g \frac{\partial \ln(q_d)}{\partial z} + \Gamma_{sw} \left[ (1 + r_{sw}) \frac{L_{vap}}{T} - c_{pd} (\Lambda_r + \Lambda_{sw}) \right] \frac{\partial q_t}{\partial z}$$

$$\Lambda_{sw} = \lambda \ln \left( \frac{T}{T_r} \right) - \kappa \delta \ln \left( \frac{p}{p_r} \right) - \gamma \ln \left( \frac{r_{sw}}{r_r} \right) + \kappa \delta \ln \left( \frac{1 + \eta r_{sw}}{1 + \eta r_r} \right)$$

$$N_{EM}^2 = \frac{\Gamma_{EM}}{1 + r_t} \frac{\partial s^*}{\partial z} + g \frac{\partial \ln(q_d)}{\partial z} - \frac{\Gamma_{EM}}{1 + r_t} [c_l \ln(T)] \frac{\partial r_t}{\partial z},$$

$$\left[ \frac{R_v}{R} \approx 1.6 \right] < [\Lambda_r \approx 5.9] < \left[ \frac{L_{vap}}{c_{pd} T} \approx 8.5 \right]$$

$$N_{DK}^2 = \frac{\Gamma_{DK}}{1 + r_t} c_{pd} \frac{\partial \ln(\theta_q)}{\partial z} + g \frac{\partial \ln(q_d)}{\partial z}$$

Changement de signe pour la seconde ligne → J.F.Geleyn ...



METEO FRANCE



# Fréquence de Brunt-Väisälä $N^2$ / Marquet-Geleyn QJRMS (review)

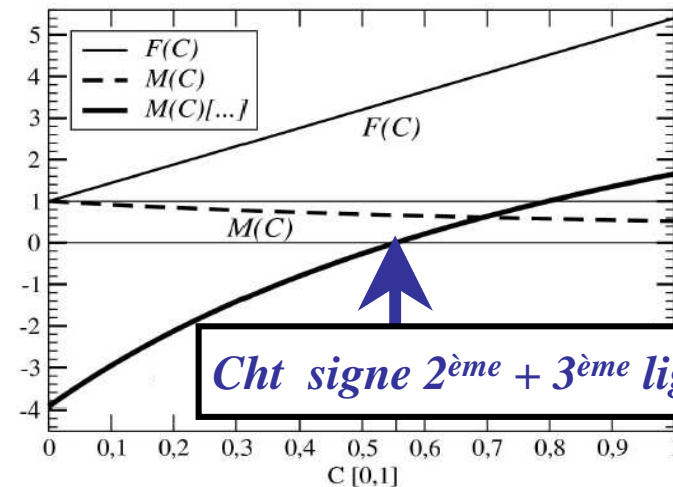
$$\begin{aligned}
 N^2(C) = & g \boxed{M(C)} \left( \frac{\partial \ln(\theta_s)}{\partial z} \right)_E + g \left( \frac{\partial \ln(q_d)}{\partial z} \right)_E \\
 & + g \boxed{M(C)} \boxed{F(C)} \left[ (1 + r_v) \frac{R_v}{R} \right]_E \left( \frac{\partial q_t}{\partial z} \right)_E \\
 & - g \boxed{M(C)} [\Lambda_r + \Lambda_v]_E \left( \frac{\partial q_t}{\partial z} \right)_E
 \end{aligned}$$

**Formulation unifiée de  $N^2$**   
 **$C$  : non-sat.  $\leftrightarrow$  sat.**

$$\boxed{F(C) = 1 + C \left[ \frac{L_{vap}}{c_p T} \frac{R}{R_v} - 1 \right]_E}$$

$$D_C = (1 + \eta r_v)_E \left( \frac{L_{vap} q_v}{R_d T_v} \right)_E$$

$$\boxed{M(C) = \frac{1 + D_C}{1 + D_C F(C)}}$$



**Cht signe 2<sup>ème</sup> + 3<sup>ème</sup> lignes ...**

	$C = 0$	$C = 1$
$F(C)$	1	$(L_{vap} R)/(c_p R_v T)$
$M(C)$	1	$D_{1w}/D_{2w}$

## ***Plan de l'exposé***

1) Motivations : pourquoi s'intéresser à l'entropie ? (humide)

2) Comment calculer l'entropie (humide) ?  $s = C_{ste} + c_{pd} \ln(\theta_s)$

3) Applications : Strato-cumulus ... → Turbulence ?

4) Turbulence : variables conservatives  $(\theta_s, q_t)$  et  $N^2$  ?

5) Conclusions – Perspectives



## Conclusions - Perspectives

a) On peut calculer une entropie (humide) :  $s = C_{ste} + c_{pd} \ln(\theta_s)$

b) Applications : Strato-cumulus ... Turbulence humide ...  
variables conservatives :  $(\theta_s, q_t)$  ... en particulier  $N^2$

c)  $\rightarrow$  exposé de J-F. Geleyn ...

d) Applications : autres prospectives : ... Enthalpie et PV  
humides ( $\rightarrow$  Dprévi/LABO) ... en 2013 ?

Merci ! Questions ?



METEO FRANCE