



université
PARIS-SACLAY



**ERREUR DE REPRESENTATIVITE
VERIFICATION D'UNE HYPOTHESE STATISTIQUE
PAR EXPERIENCE NUMERIQUE**

Jean-Pierre ISSARTEL, Précédemment DGA Maîtrise NRBC

Grégory Turbelin, Pramod Kumar, Sarvesh Singh

Erreurs de représentativité

$$\mu_{obs} \neq \mu_{mod}(s)$$

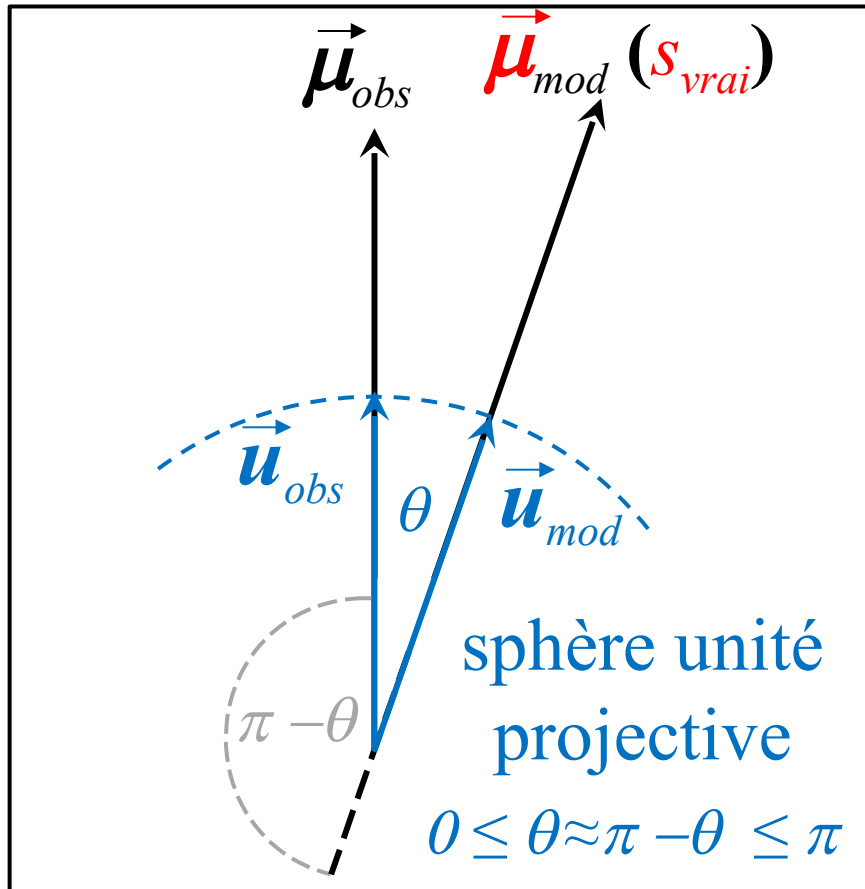
Perturbent l'identification de l'état (s) à partir de m observations ($\mu_{obs,i}$)

Cas linéaire : $\mu_i = \int s r_i$ $r_{vrai,i} \neq r_{mod,i}$

Exemples

- émission de traceur / mesures de concentration
- état linéarisé de l'atmosphère / mesures de p , T , V
- état électrique du cerveau / potentiels EEG...

Loi statistique d'erreur de mesures linéaires $\vec{\mu}(s)$



$$P_{\vec{u}_{obs}}(\vec{u}_{mod}) = e^{-\kappa \sin^2 \theta}$$

Géométrie renormalisée $\mu_i = \int \varphi s \frac{r_i}{\varphi}$

$$\vec{\mu} \rightarrow \sqrt{H_{\varphi}^{-1}} \vec{\mu}$$

Conception de l'expérience numérique

1) Symétrie observation/modèle $P_{\vec{u}_{obs}}(\vec{u}_{mod}) = P_{\vec{u}_{mod}}(\vec{u}_{obs})$

fixer $\vec{u}_{mod}(s)$ revient à fixer l'état

2) Etat à information minimale

$P_{\vec{u}_{mod}}(\vec{u}_{obs})$ et non $P_s(\vec{u}_{obs})$ sauf : $s = \sum \lambda_i \frac{r_i}{\varphi}$

L'expérience numérique 10^6 hCPU

s : source constante, $\vec{\mu}$: concentrations du panache quasi-stationnaire

Vent faiblement turbulent

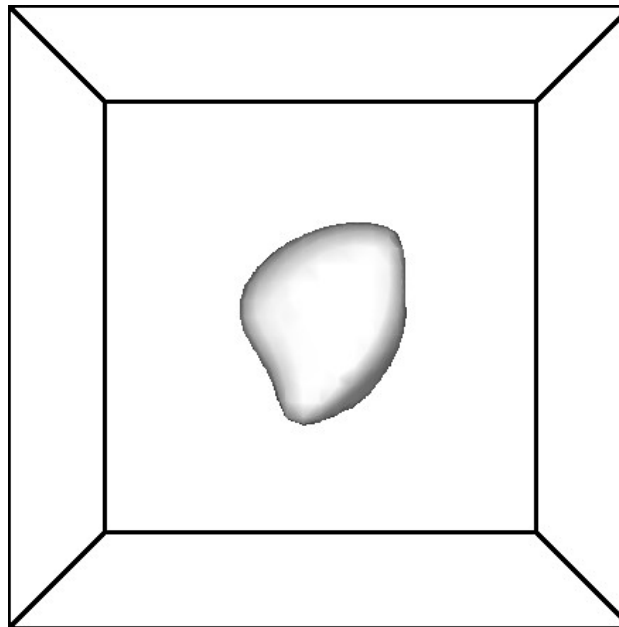
- nul en moyenne
- 3×périodique
- 100 000 UT → 150 000 hCPU

Traceur

- Schmidt = 10
- décroissance 5% par UT
- 100 000 UT → 150 000 hCPU

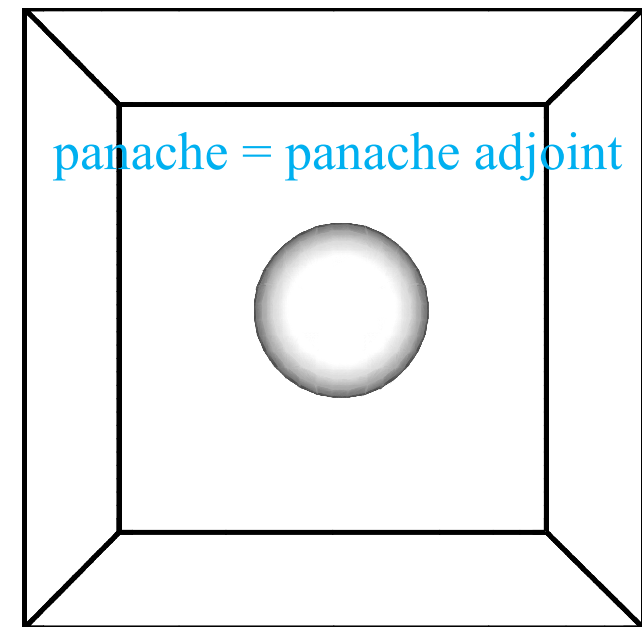
- $32 \times 32 \times 32$ ou $64 \times 64 \times 64$

Pseudoréalité, Gerris DNS



$\vec{\mu}_{obs}^1, \vec{\mu}_{obs}^2, \dots, \vec{\mu}_{obs}^{1000}$

Modèle, Gerris moyen



panache = panache adjoint

$\vec{\mu}_{mod}$

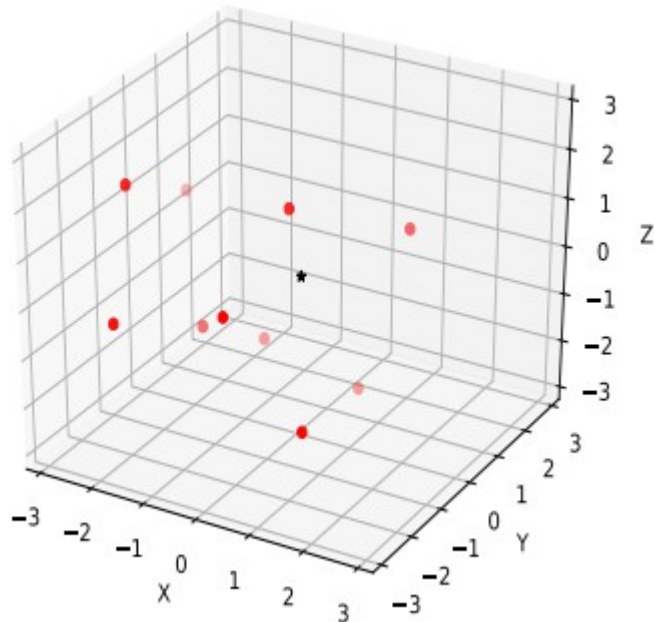
Boîte noire statistique, représentativité physique non recherchée

Calculs pour des sources ponctuelles p

Gerris turbulent

$$\vec{\mu}^1(p), \vec{\mu}^2(p), \dots, \vec{\mu}^{1000}(p)$$

1 vecteur mesure par 20 UT
pendant 20 000 UT

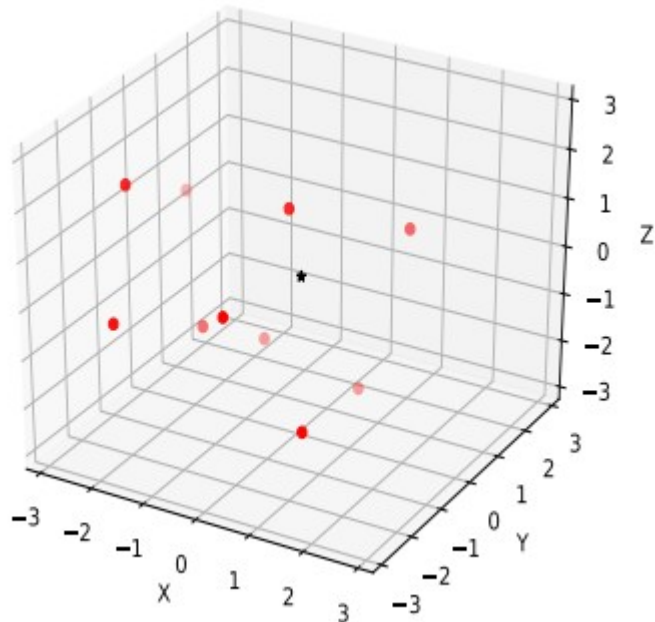


Calculs pour des sources ponctuelles p

Gerris turbulent

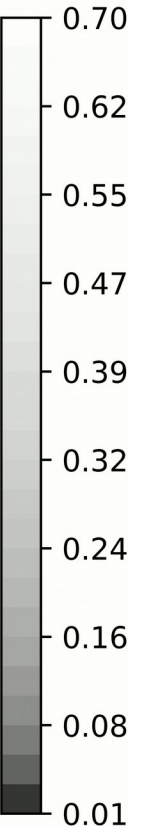
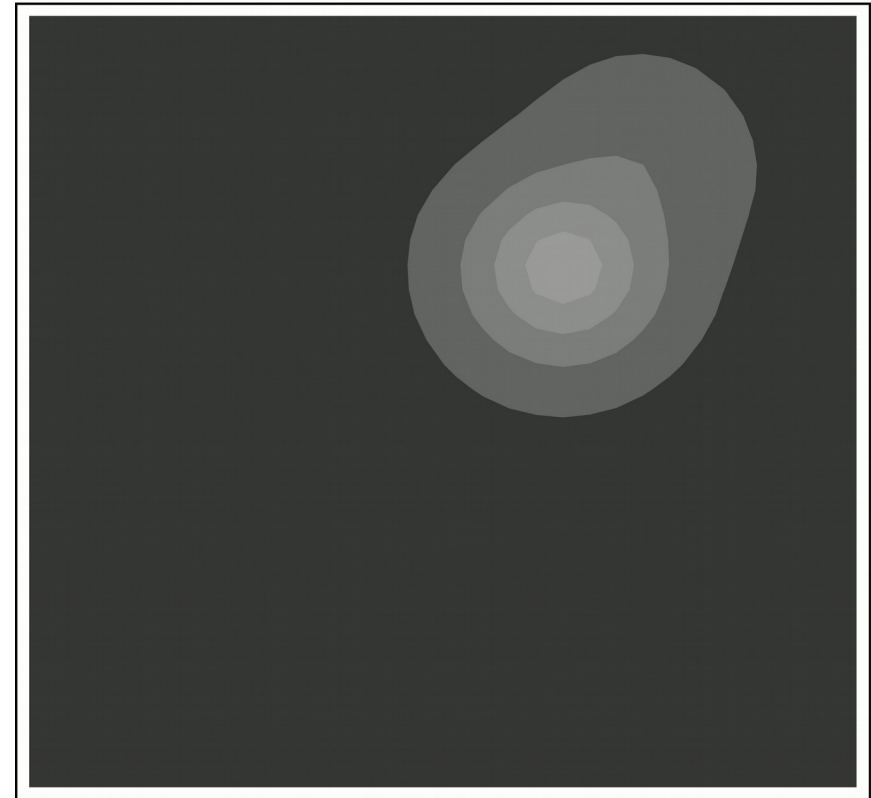
$$\vec{\mu}^1(p), \vec{\mu}^2(p), \dots, \vec{\mu}^{1000}(p)$$

1 vecteur mesure par 20 UT
pendant 20 000 UT



Gerris moyen
visibilité φ du réseau

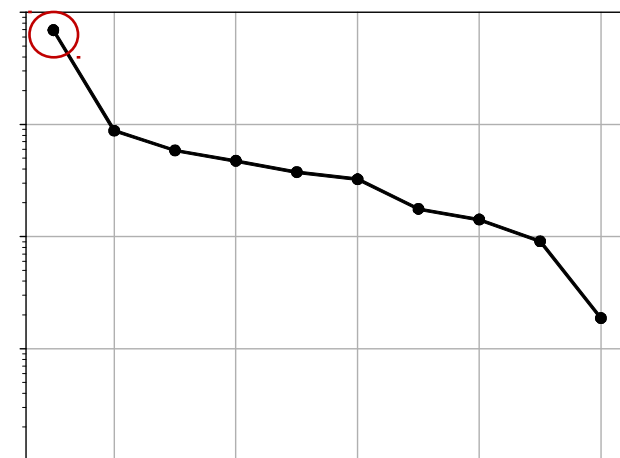
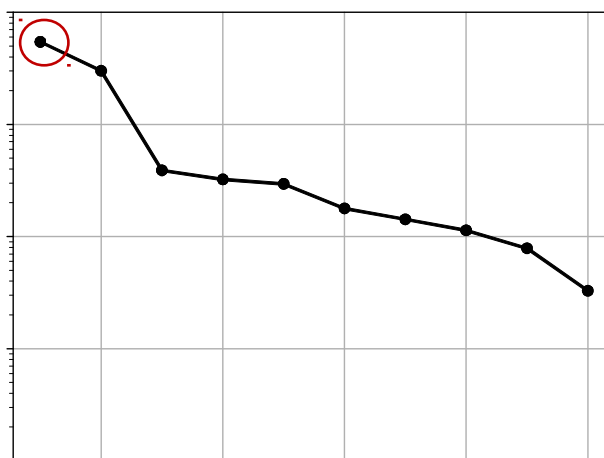
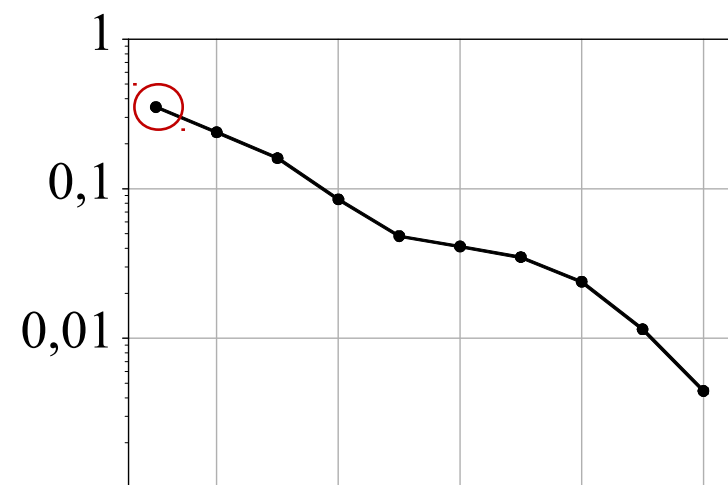
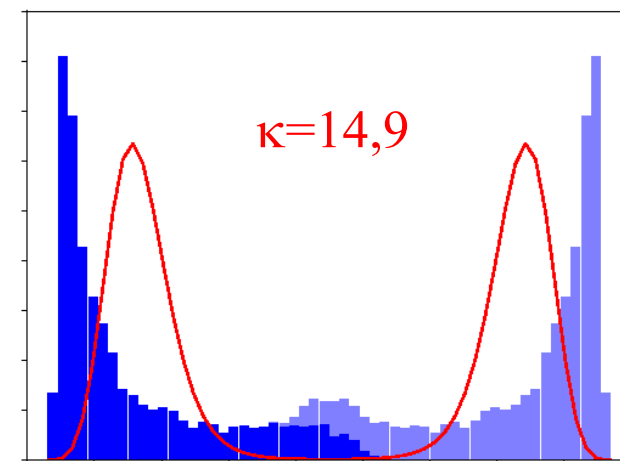
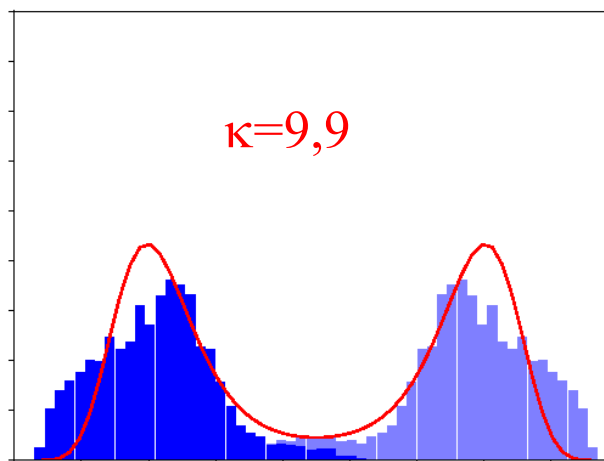
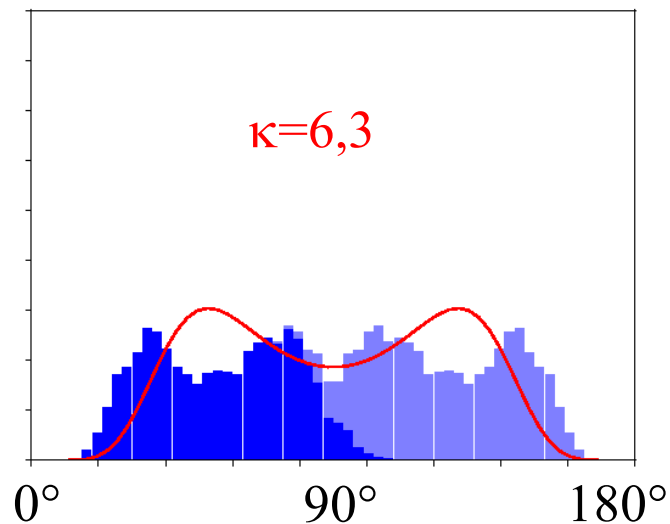
niveau 1



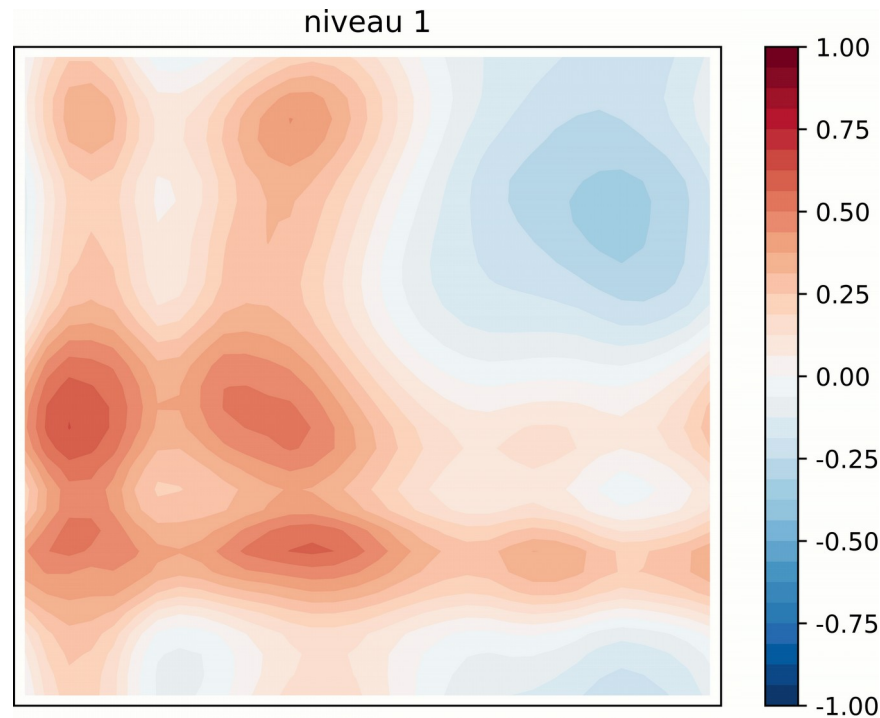
CPU ≈ 0

Résultats sources ponctuelles, 10 capteurs (états d'information non minimale)

32×32×32



Calculs pour les états associés d'information minimale



Etat analogue de chaque source
ponctuelle (même $\vec{\mu}_{\text{mod}}$)
CPU ≈ 0

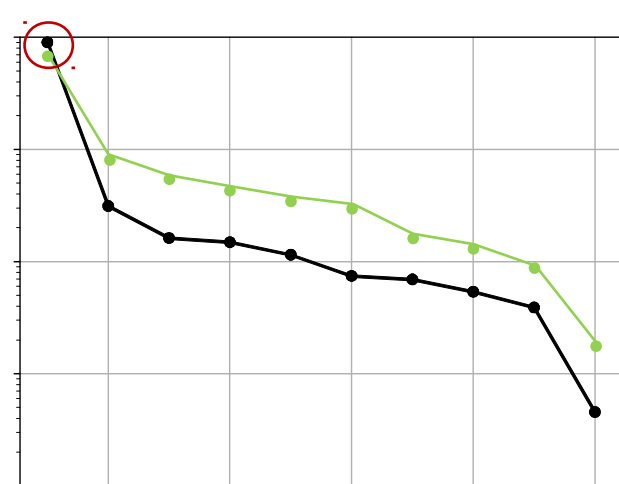
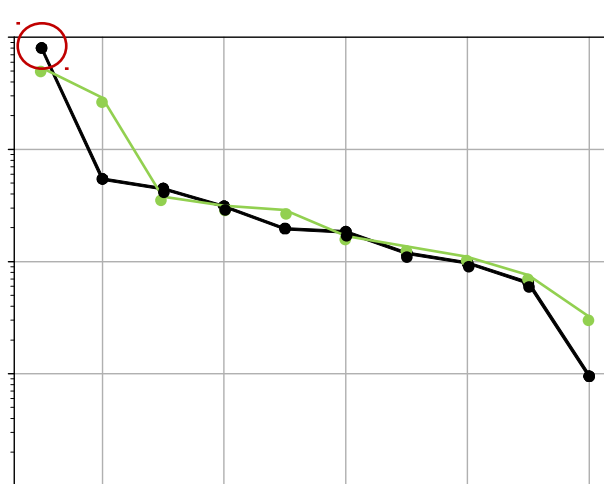
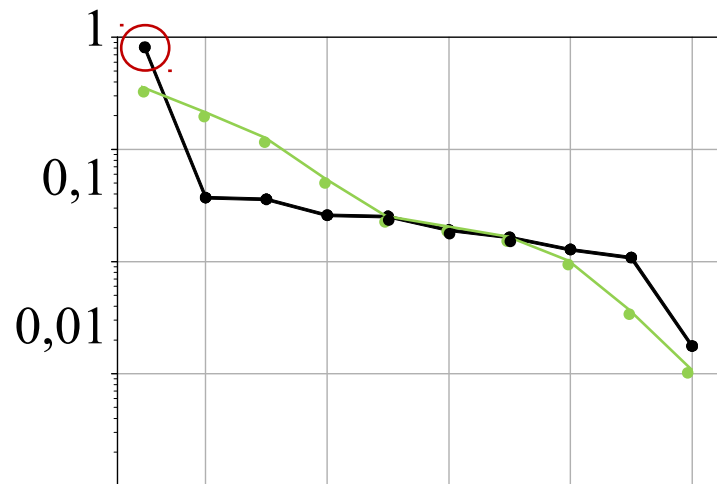
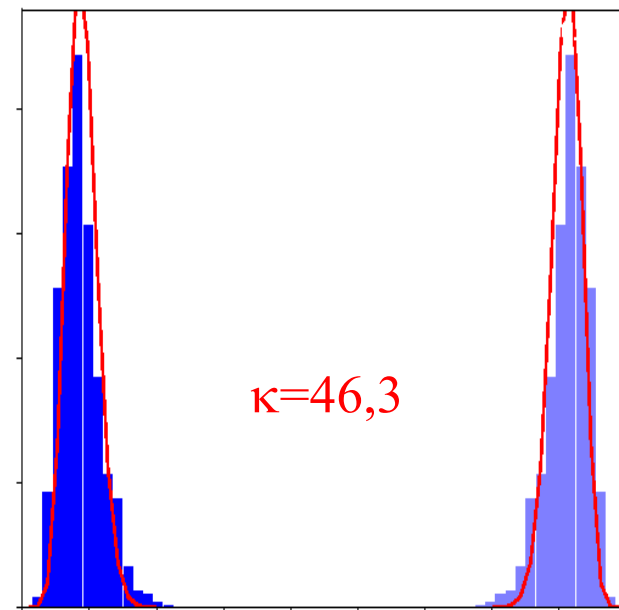
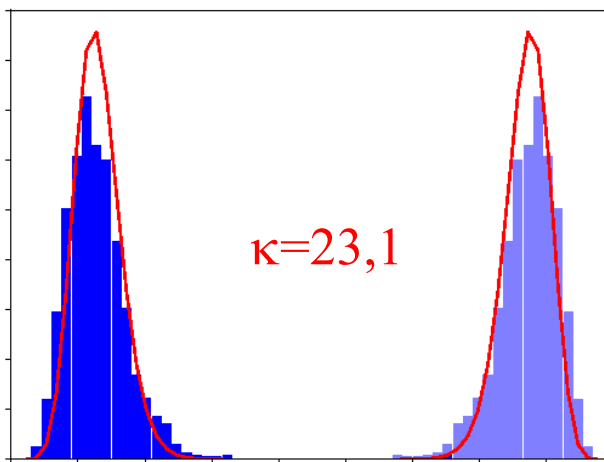
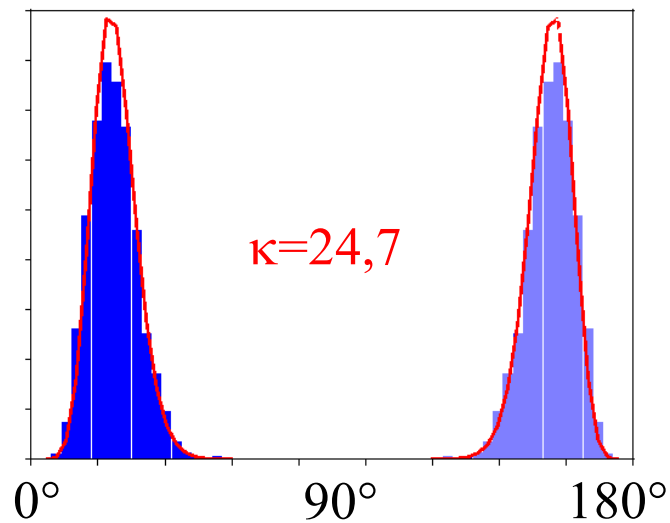
Dispersion flux turbulent
20 000UT \rightarrow 60 000 hCPU
par source en $64 \times 64 \times 64$

$$\vec{\mu}_1(s), \vec{\mu}_2(s), \dots, \vec{\mu}_{1000}(s)$$

Etats correspondants d'information minimale

10 capteurs

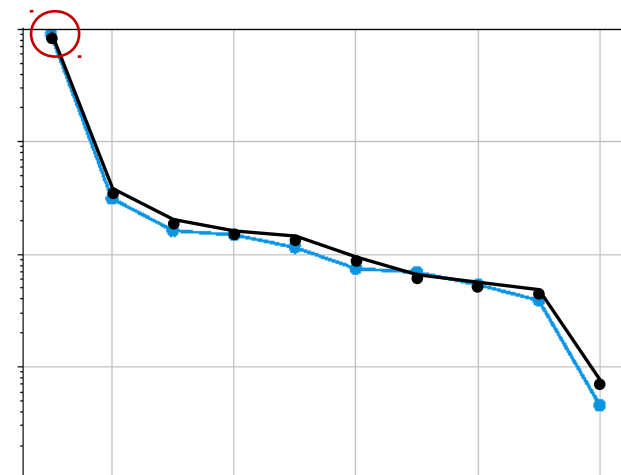
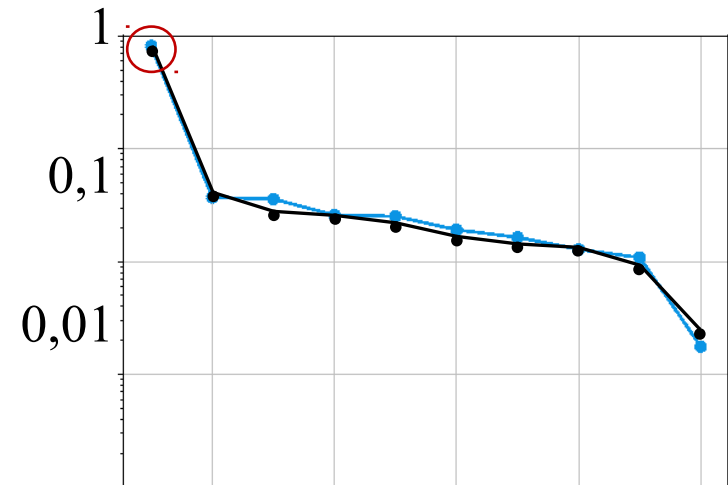
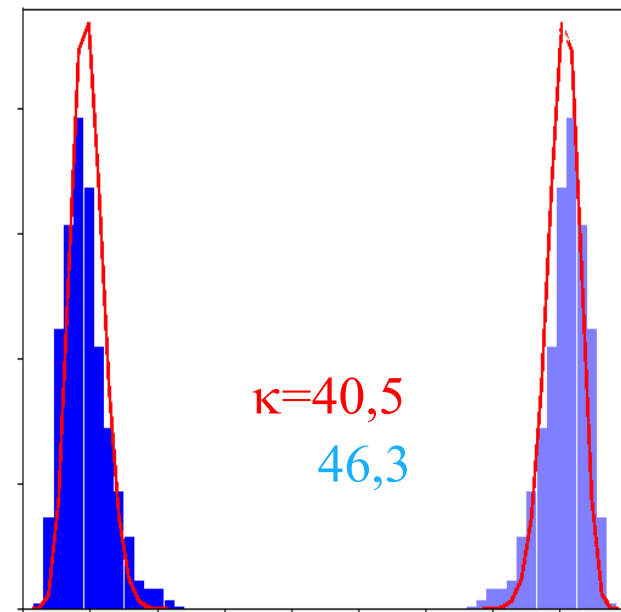
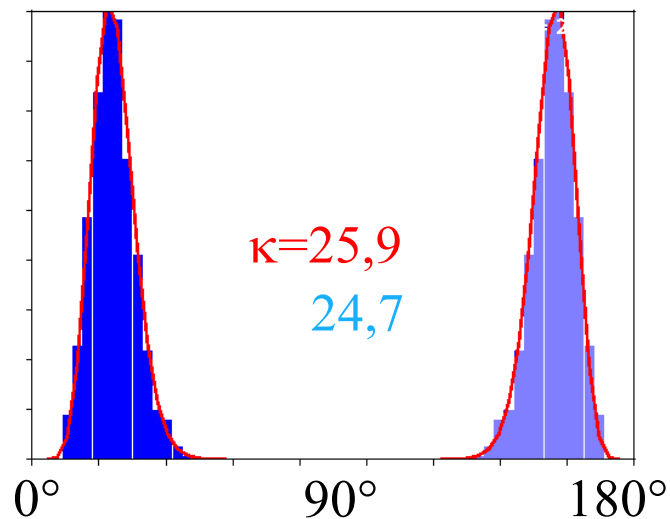
32×32×32



Etats correspondants d'information minimale

10 capteurs

$64 \times 64 \times 64$
 $(32 \times 32 \times 32)$

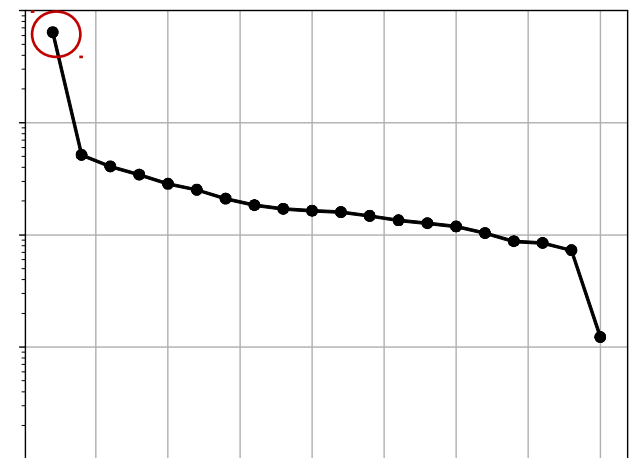
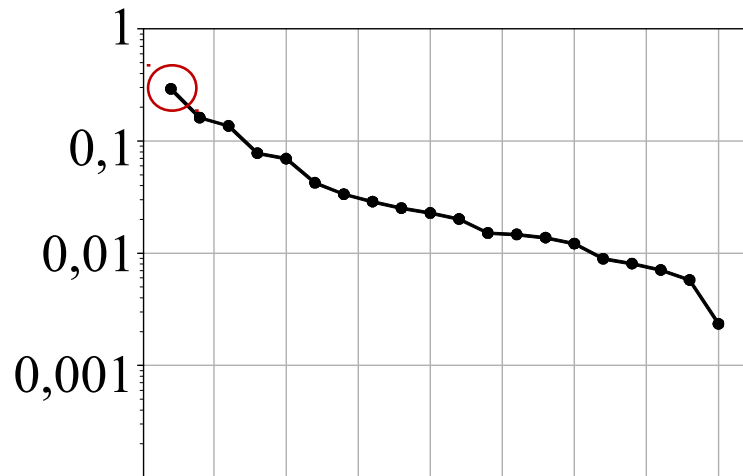
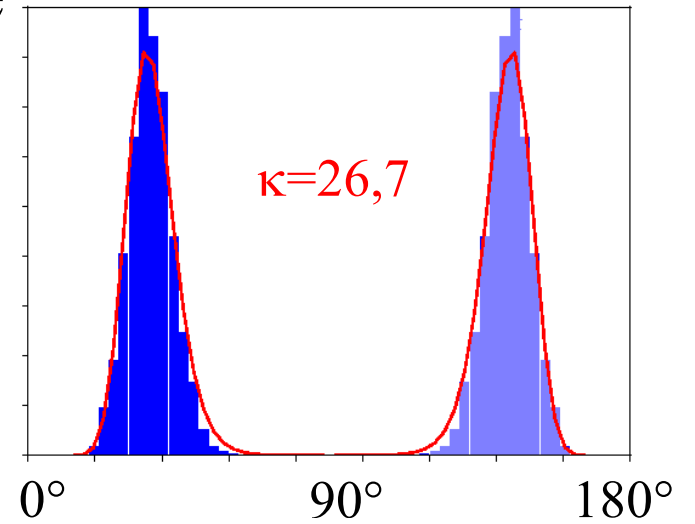
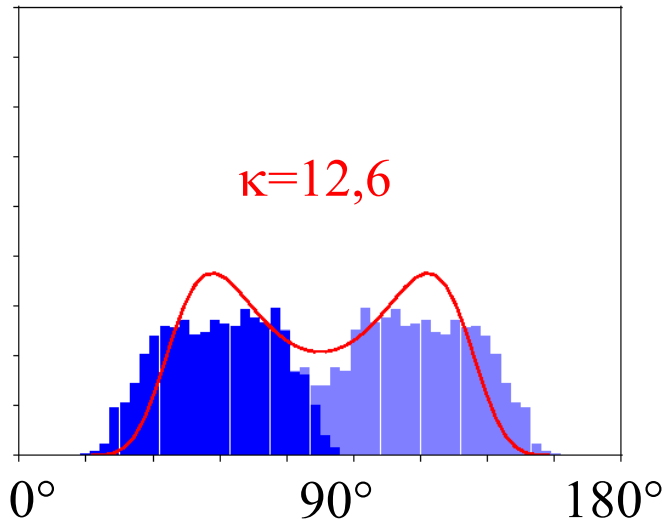


20 capteurs

32×32×32

ponctuelle

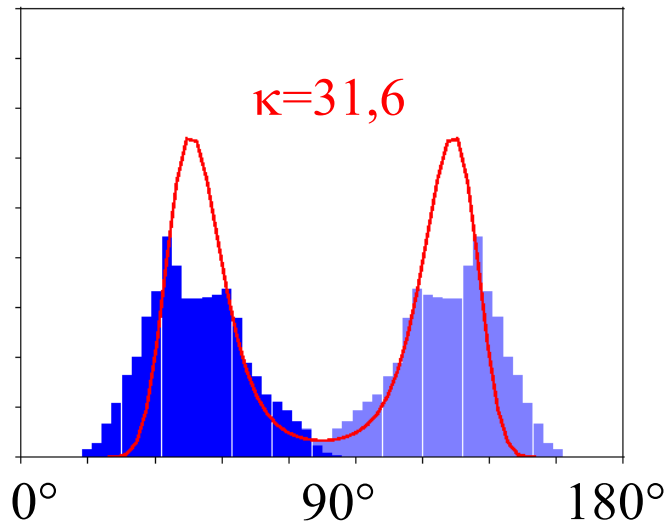
minimale
analogue



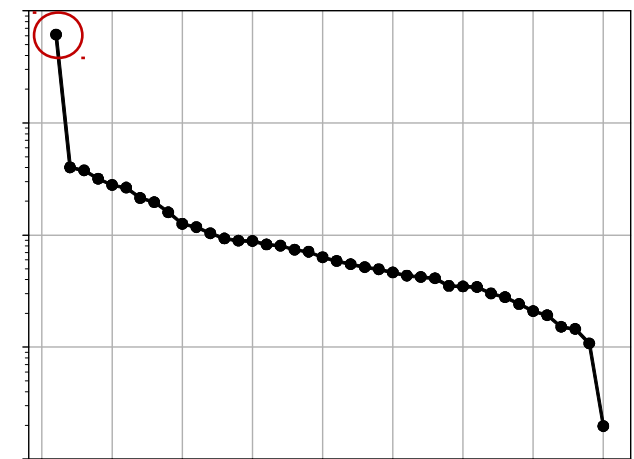
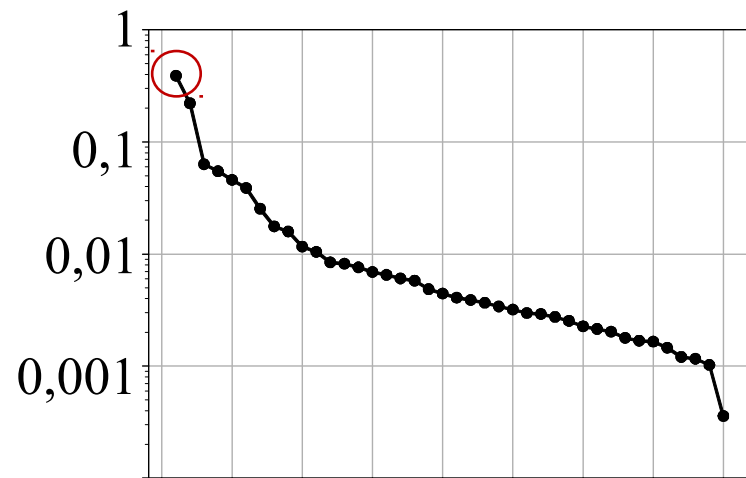
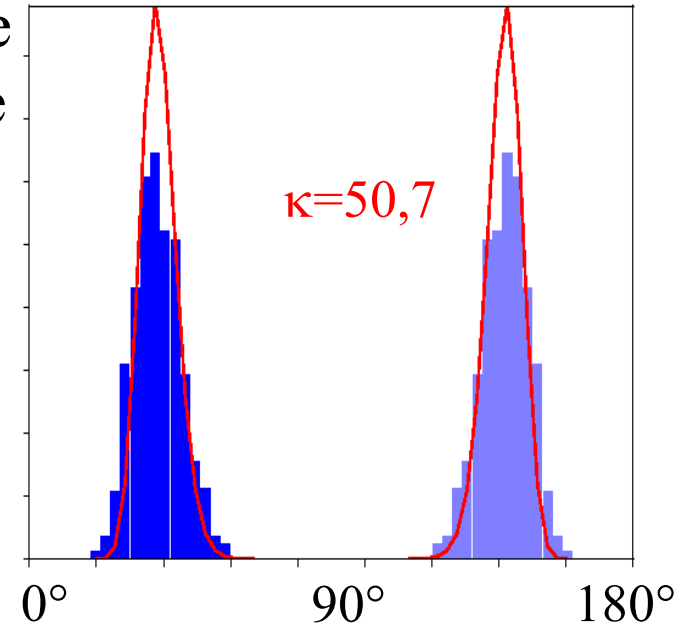
40 capteurs

32×32×32

ponctuelle



minimale
analogue



Une loi d'agitation thermique, Boltzmann

$$P_{\vec{u}_{obs}}(\vec{u}_{mod}) = e^{-\kappa \sin^2 \theta}$$

constante

energie

$$P_{\vec{u}_{obs}}(\vec{u}_{mod}) = e^{-\beta \frac{\sin^2 \theta}{T}}$$

pseudotempérature

Les erreurs de représentativité :

- 1) dépendent des observations *et non d'une source réelle hypothétique*
- 2) sont caractérisées par un seul paramètre si est réalisé un équilibre thermique *de nature à déterminer*