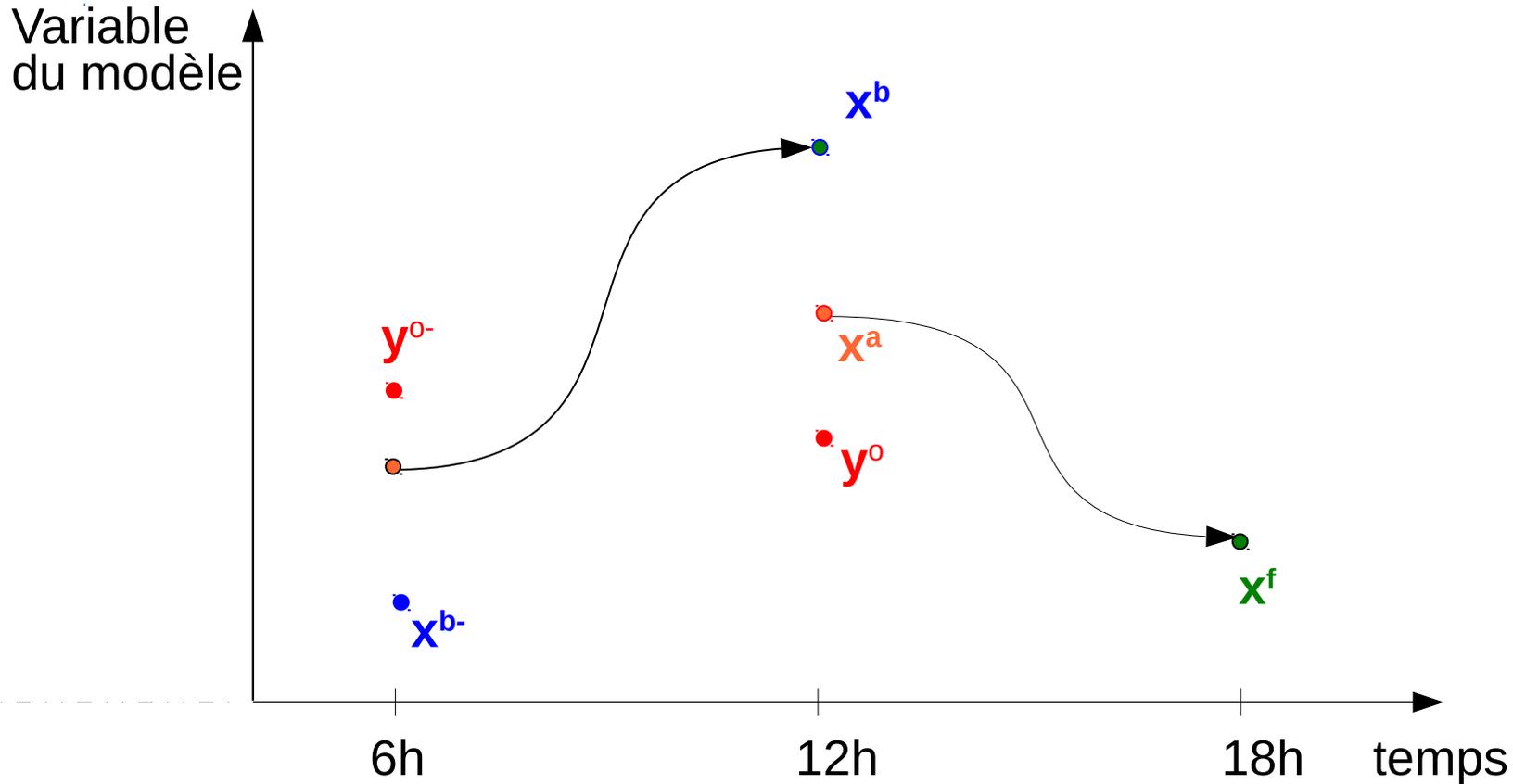




Simulation et diagnostic des contributions d'erreur au cours de l'assimilation de données

Loïc Berre
Atelier de Modélisation de l'Atmosphère
Toulouse, 12 mars 2019

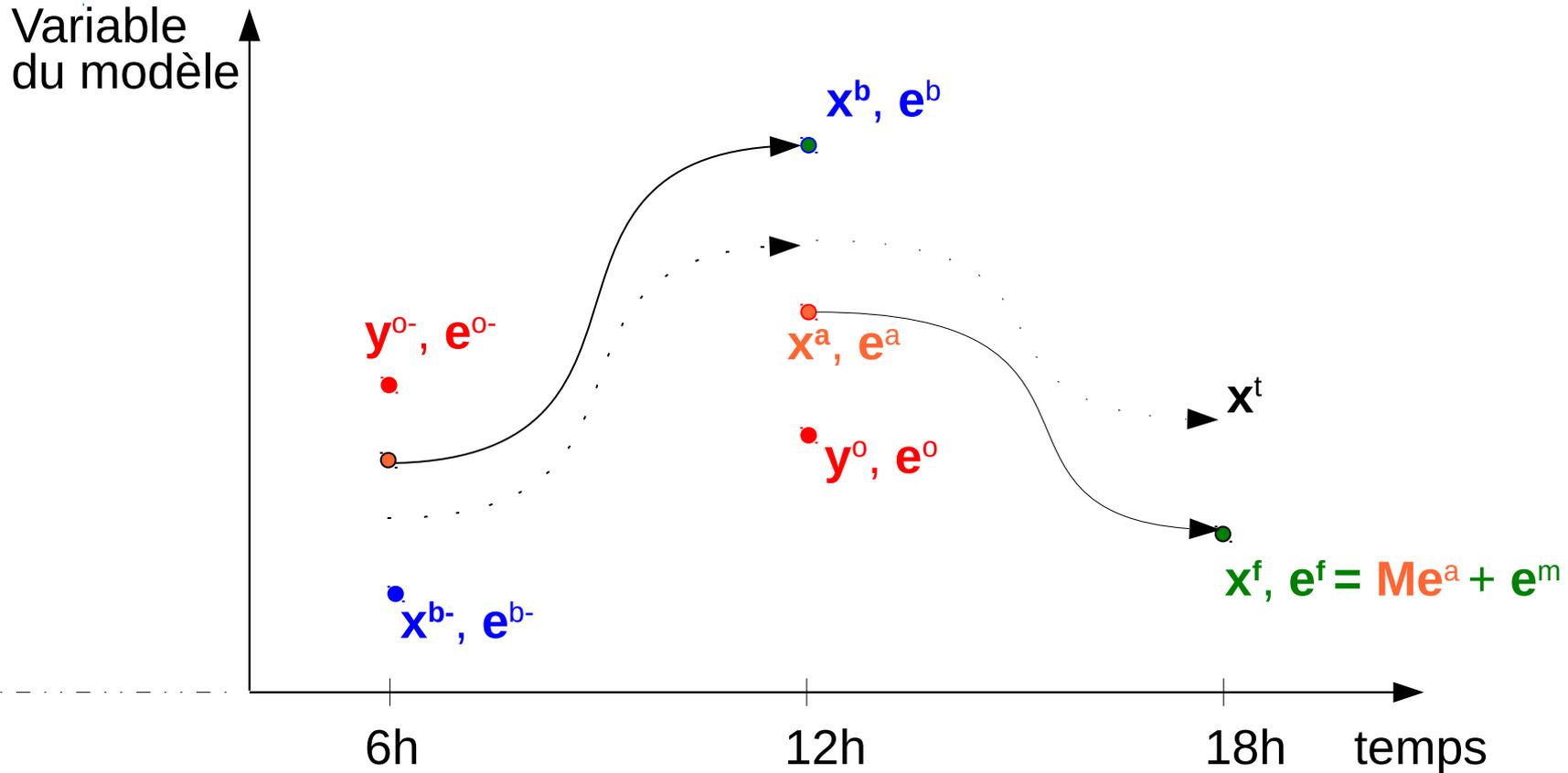
Séquence temporelle d'analyses et de prévisions (=cyclage)



Chaque ingrédient (modèle, analyse, observations, ébauche) apporte une contribution d'erreur,

qui est en partie **propagée** par les *étapes successives* d'analyse et de prévision.

Contributions d'erreur et leur propagation



Erreurs de prévision = propagation d'erreurs spécifiques, dont les âges varient au cours du temps :

- * erreurs récentes d'analyse & de modèle ;
- * erreurs récentes d'ébauche & d'observation ;
- * erreurs ± anciennes d'ébauche, d'observation & de modèle.

⇒ Diagnostiquer amplitude & propagation des erreurs (ARPEGE).

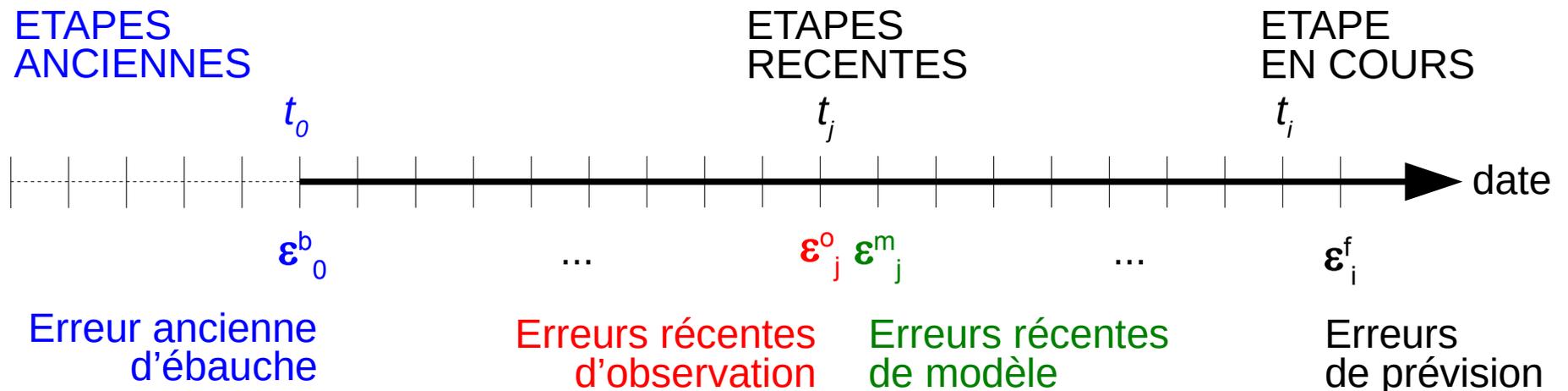
Plan

- Expansion des contributions à l'erreur de prévision
- Propagation des contributions ***anciennes*** versus ***récentes***
- Contributions des erreurs d'***observation*** versus ***modèle***
- Conclusions

Propagation des contributions anciennes et récentes

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i^f = \mathbf{T}_{i+1} \boldsymbol{\varepsilon}_0^b + \sum_{j=0}^i \mathbf{T}_{i-j} (\mathbf{M}_j \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varepsilon}_j^o + \boldsymbol{\varepsilon}_j^m)$$

with $\mathbf{T}_{i-j} = \prod_{k=j+1}^i \mathbf{M}_k (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)$ (= cycling operator).



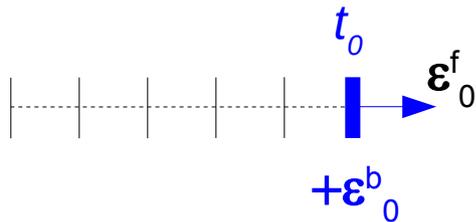
Covariances « moyennes » des erreurs diagnostiquées via $cov(\text{observation-ébauche})$.

Propagation des erreurs simulée par un *ensemble* (AEARP) : ajout et propagation de *perturbations* représentatives des erreurs.

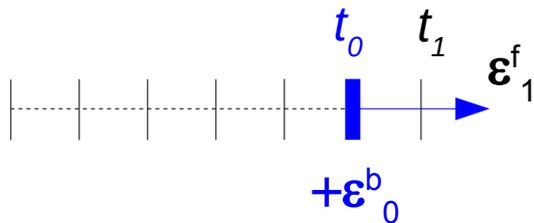
Propagation de l'erreur d'ébauche ancienne

ϵ^b_0 = erreur d'ébauche à t_0 , simulée via démarrage à chaud à partir de l'AEARP oper (t_0)

$$\mathbf{T}_{i+1} = \prod_{k=0}^i \mathbf{M}_k (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)$$



Etape t_0 : ajout de ϵ^b_0 , puis analyse & prévision : $\epsilon^f_0 = \mathbf{T}_1 \epsilon^b_0$



Etape t_1 :

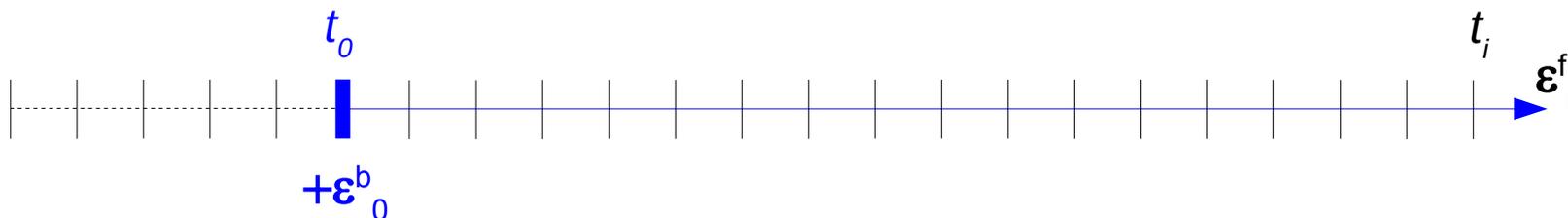
analyse & prévision : $\epsilon^f_1 = \mathbf{T}_2 \epsilon^b_0$

...

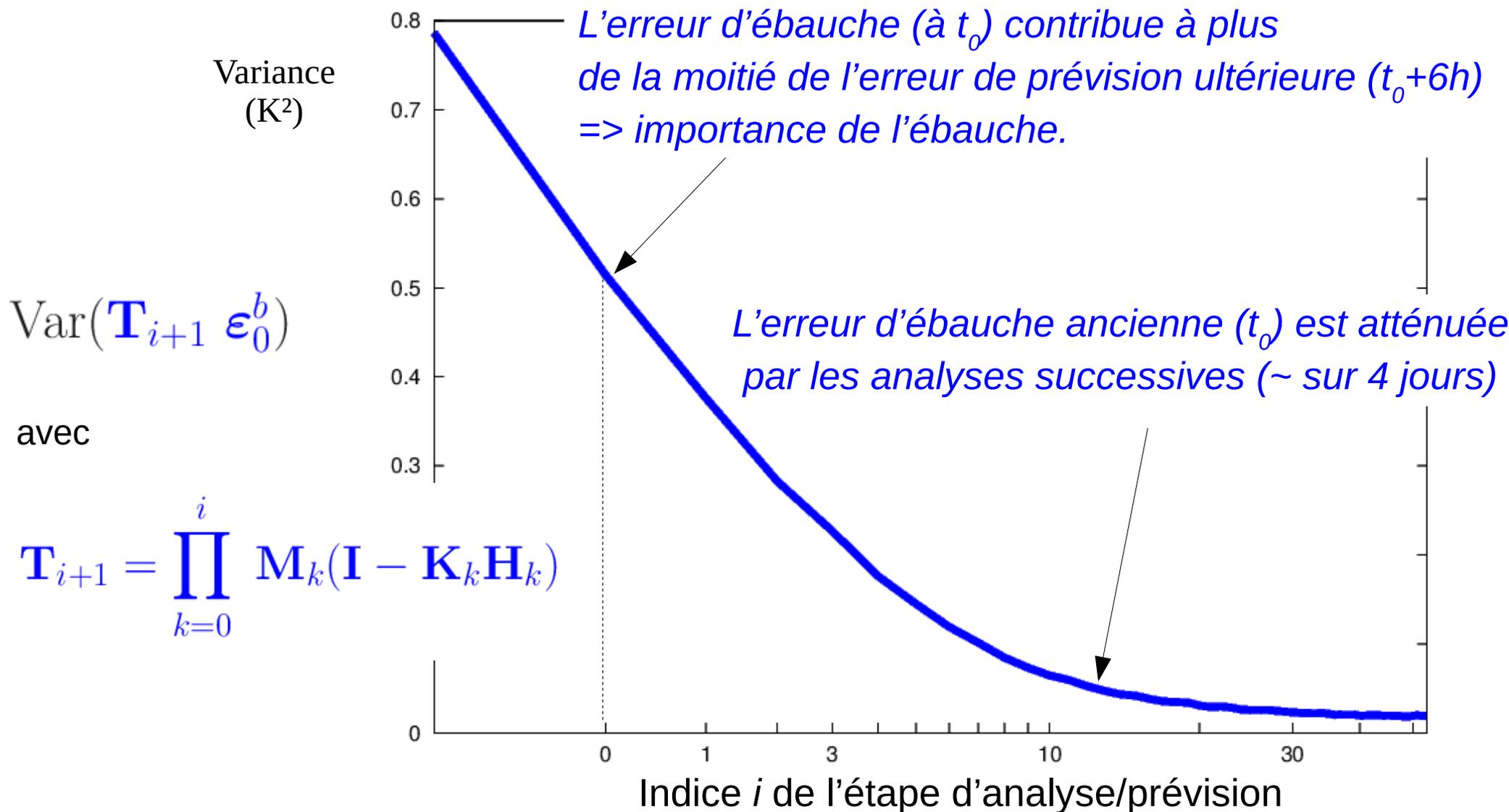
...

Etape t_i :

analyse & prévision : $\epsilon^f_i = \mathbf{T}_{i+1} \epsilon^b_0$



Propagation de l'erreur d'ébauche ancienne

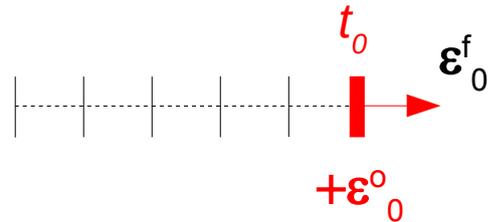


En creux : les autres contributions d'erreur se construisent sur une fenêtre de 4 jours (précédant chaque prévision).

Accumulation et propagation des erreurs récentes d'observation

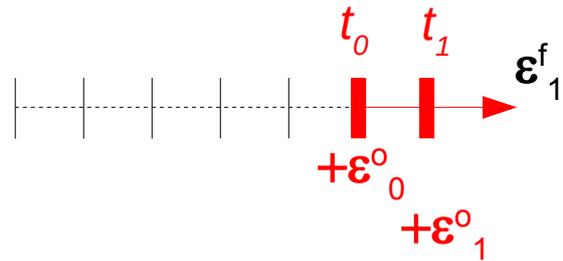
$$\boldsymbol{\varepsilon}_j^o = \mathbf{R}^{1/2} \boldsymbol{\eta}$$

$$\text{Var}\left(\sum_{j=0}^i \mathbf{T}_{i-j} \mathbf{M}_j \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varepsilon}_j^o\right)$$



Etape t_0 : ajout de $\boldsymbol{\varepsilon}_0^o$, puis analyse & prévision :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0^f = \mathbf{M}_0 \mathbf{K}_0 \boldsymbol{\varepsilon}_0^o$$



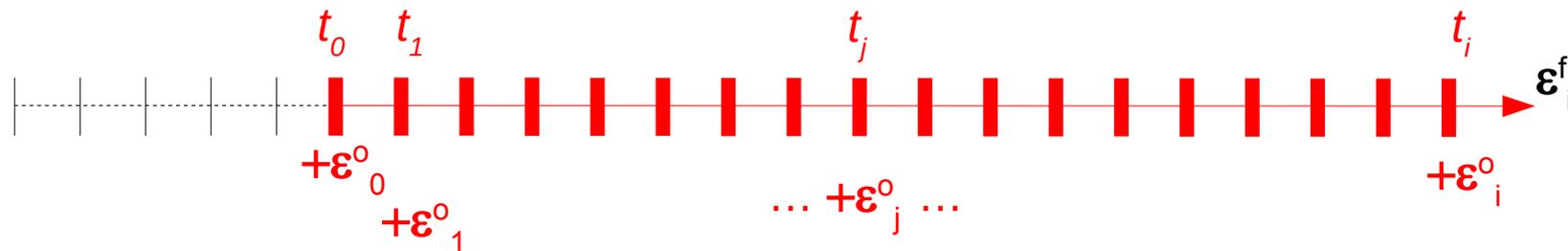
Etape t_1 : ajout de $\boldsymbol{\varepsilon}_1^o$, puis analyse & prévision :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1^f = \mathbf{T}_1 \mathbf{M}_0 \mathbf{K}_0 \boldsymbol{\varepsilon}_0^o + \mathbf{M}_1 \mathbf{K}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_1^o$$

...

Etape t_i : ajout de $\boldsymbol{\varepsilon}_i^o$, puis analyse & prévision :

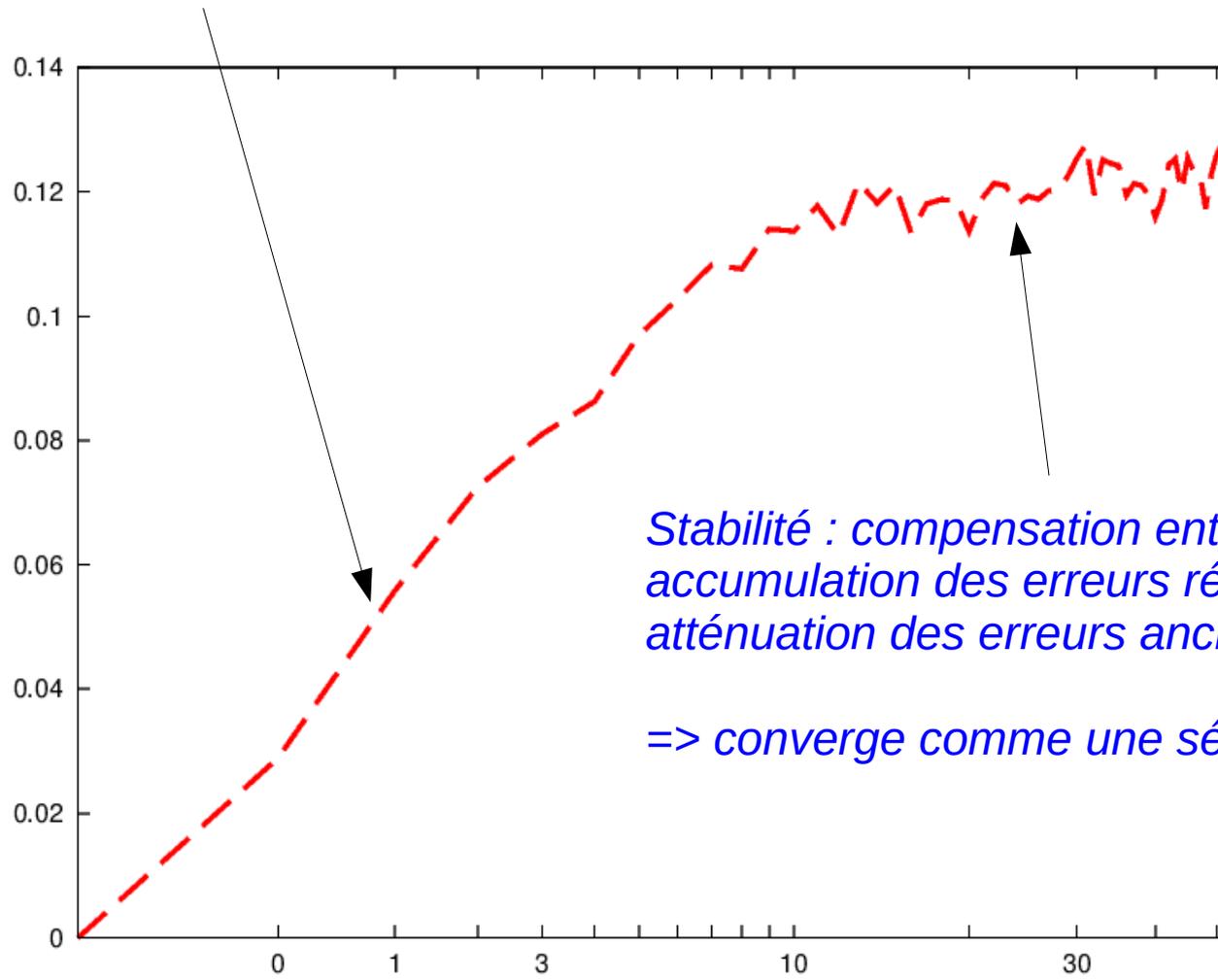
$$\boldsymbol{\varepsilon}_i^f = \sum_{j=0}^i \mathbf{T}_{i-j} \mathbf{M}_j \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varepsilon}_j^o$$



Accumulation et propagation des erreurs récentes d'observation

$$\text{Var}\left(\sum_{j=0}^i \mathbf{T}_{i-j} \mathbf{M}_j \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varepsilon}_j^o\right)$$

Les erreurs récentes d'observation s'accumulent au cours des étapes d'analyse/prévision.



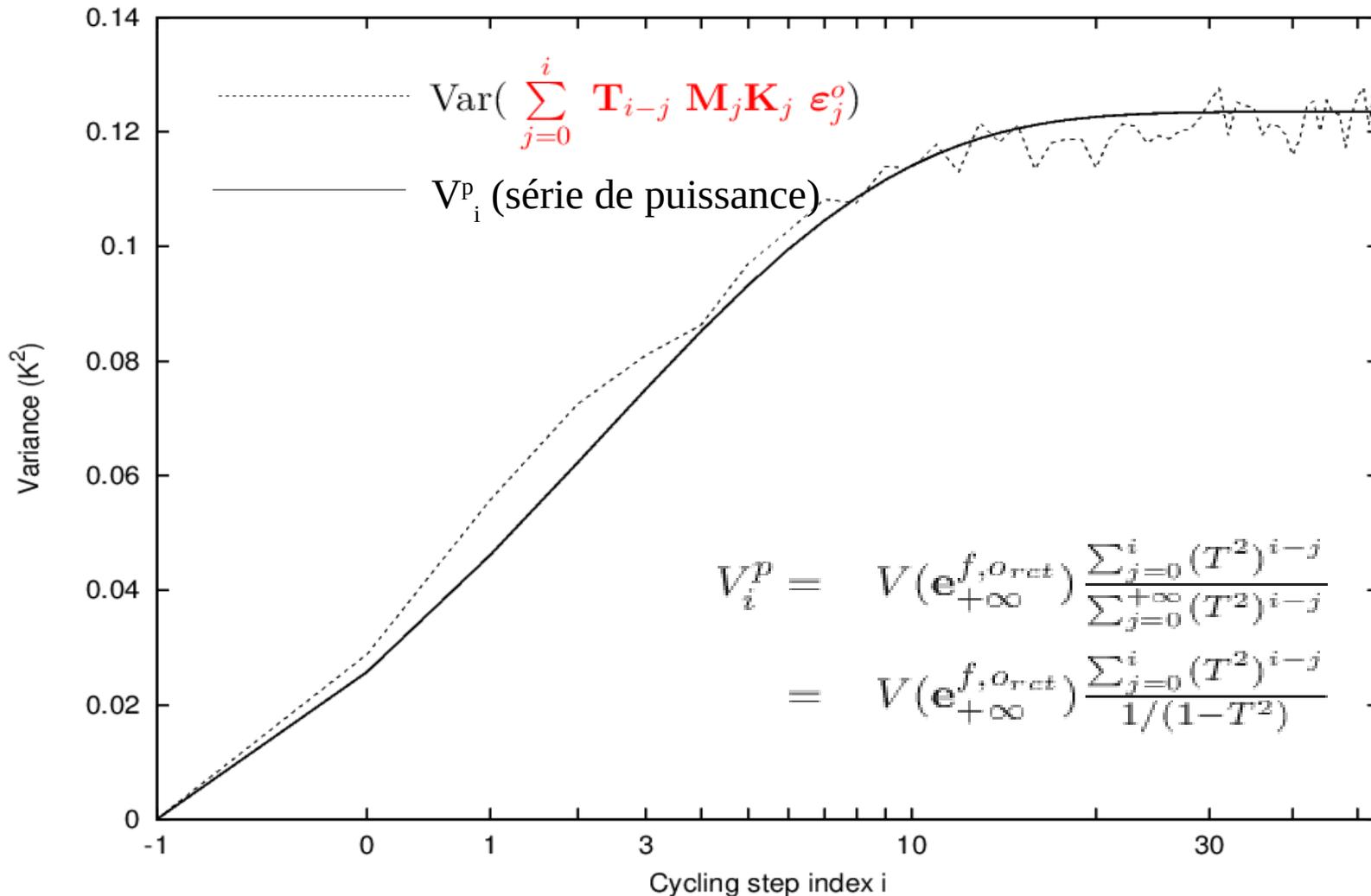
Variance
(K²)

Stabilité : compensation entre accumulation des erreurs récentes & atténuation des erreurs anciennes.

=> converge comme une série de puissance.

Indice *i* de l'étape d'analyse/prévision

Convergence analogue à celle d'une série de puissance



*Cohérence entre ces 2 estimations :
l'expansion linéaire permet une interprétation ~ adéquate
des résultats expérimentaux fournis par l'ensemble.*

Contributions à la variance de l'erreur de prévision

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i^f = \mathbf{T}_{i+1} \boldsymbol{\varepsilon}_0^b + \sum_{j=0}^i \mathbf{T}_{i-j} \mathbf{M}_j \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varepsilon}_j^o + \sum_{j=0}^i \mathbf{T}_{i-j} \boldsymbol{\varepsilon}_j^m$$

avec

$\text{Var}(\mathbf{T}_{i+1} \boldsymbol{\varepsilon}_0^b) \simeq 0$ pour $i \gtrsim \tau^T$,
où $\tau^T \simeq 4$ jours est l'échelle de temps d'atténuation des vieilles erreurs,

$\text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_0^b, \boldsymbol{\varepsilon}_j^o) = 0$
pour des erreurs d'observation aléatoires et décorrélatées temporellement,

$\text{Cov}(\mathbf{T}_{i+1} \boldsymbol{\varepsilon}_0^b, \mathbf{T}_{i-j} \boldsymbol{\varepsilon}_j^m) \simeq 0$ pour $i \gtrsim \max(\tau^T, \tau^m)$
où τ^m est l'échelle de temps des erreurs modèle de type aléatoire.

pour $i \gtrsim \max(\tau^T, \tau^m)$:

$$\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_i^f) = \text{Var}\left(\sum_{j=0}^i \mathbf{T}_{i-j} \mathbf{M}_j \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varepsilon}_j^o\right) + \text{Var}\left(\sum_{j=0}^i \mathbf{T}_{i-j} \boldsymbol{\varepsilon}_j^m\right)$$

Diagnostic des contributions des erreurs de modèle

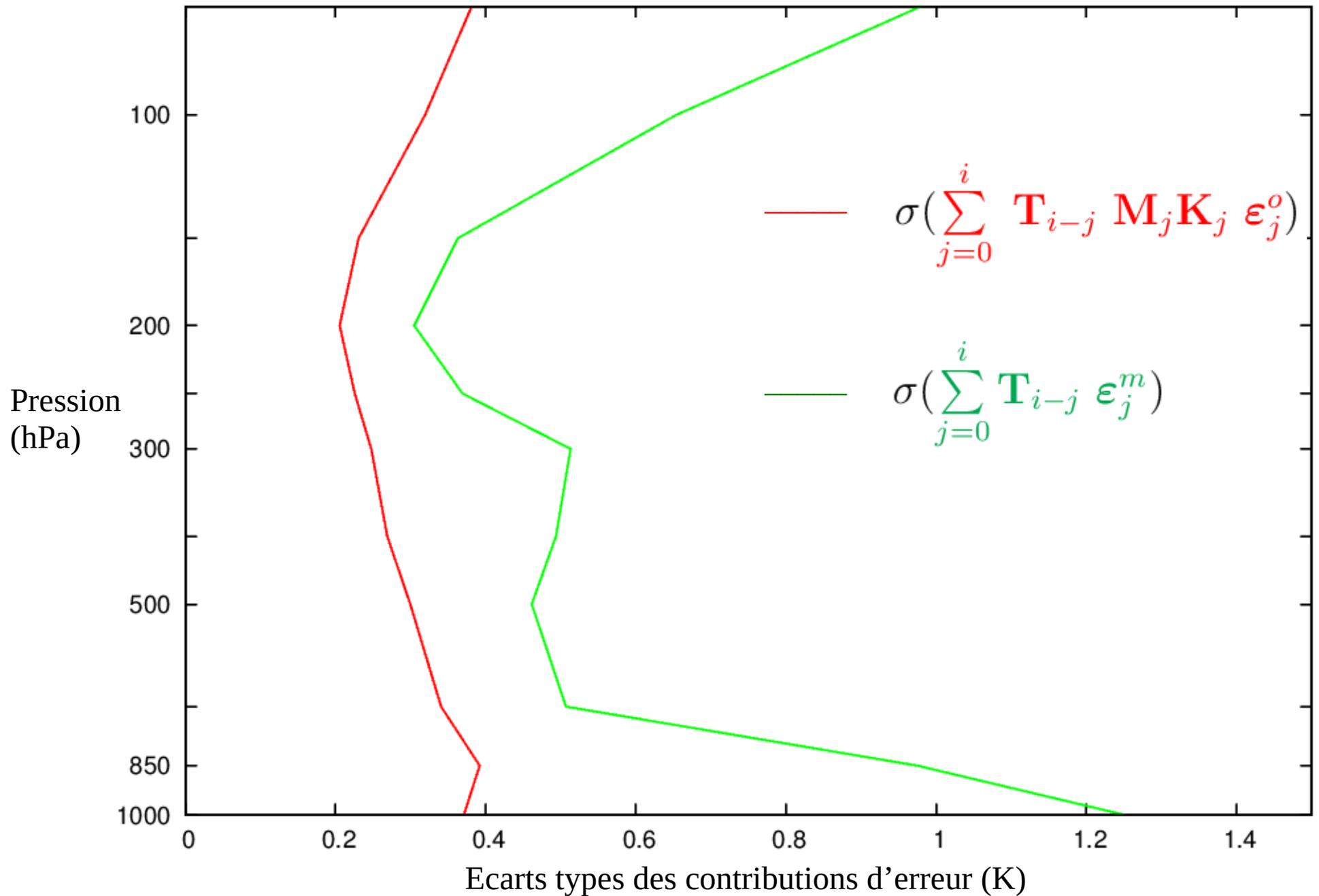
Contributions à la variance de l'erreur de prévision :

$$\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_i^f) = \text{Var}\left(\sum_{j=0}^i \mathbf{T}_{i-j} \mathbf{M}_j \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varepsilon}_j^o\right) + \text{Var}\left(\sum_{j=0}^i \mathbf{T}_{i-j} \boldsymbol{\varepsilon}_j^m\right)$$

ce qui conduit à l'approche d'estimation suivante
(e.g. au jour 4, en considérant $\max(\tau^T, \tau^m) \simeq 4$ jours) :

- $\text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_i^f)$ estimée
par des diagnostics "observation-ébauche" (e.g. Desroziers et al 2005);
- $\text{Var}\left(\sum_{j=0}^i \mathbf{T}_{i-j} \mathbf{M}_j \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varepsilon}_j^o\right)$ estimée
par une AEARP n'incluant que des perturbations d'observation ;
- $\text{Var}\left(\sum_{j=0}^i \mathbf{T}_{i-j} \boldsymbol{\varepsilon}_j^m\right) = \text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_i^f) - \text{Var}\left(\sum_{j=0}^i \mathbf{T}_{i-j} \mathbf{M}_j \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varepsilon}_j^o\right)$

Diagnostic des contributions des erreurs de modèle versus contributions des erreurs d'observation



Conclusions

- Expansion linéaire de l'erreur de prévision :
diagnostic des contributions des erreurs d'ébauche, d'observation & de modèle, dont les **âges varient** au cours du temps.
- La variance globale de l'erreur de prévision tend à être stable :
compensation entre
l'**atténuation des erreurs anciennes** (par les analyses successives, sur 4 jours) &
l'**accumulation des erreurs récentes** (comme une série de puissance).
- Les contributions d'**erreur d'observation** sont significatives,
et celles des **erreurs modèle** s'avèrent encore plus grandes.
- Etendre cette étude aux corrélations spatiales, variations régionales, etc.
Utilisation possible pour **calibrer les représentations de l'erreur modèle**.

Merci pour votre attention

