

Impacts du schéma temporel d'AROME sur la prévisibilité des ondes de gravité dans l'atmosphère

Thomas Burgot, *DIRIF/CPR*

18 mars 2026

Plan

Ondes de gravité

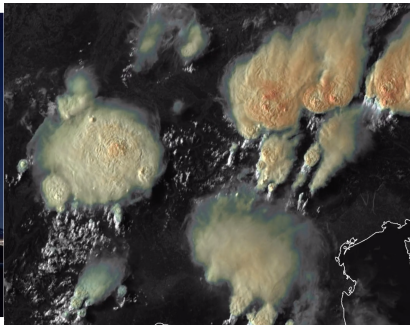
Cas idéalisé, solution analytique

Solution discrétisée par le schéma temporel d'AROME

Stratégies possibles d'amélioration

Conclusion

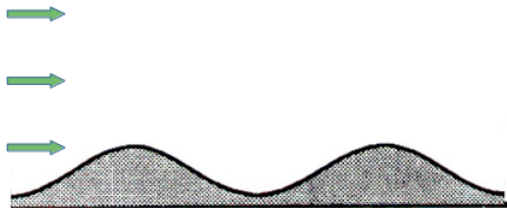
Ondes de gravité



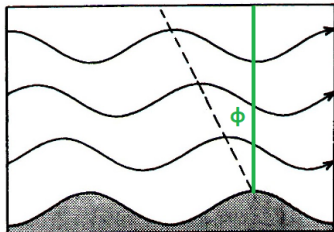
Cas considéré : ondes orographiques linéaires 2D

- ▶ Relief sinusoïdal de nombre d'onde k
- ▶ Vent uniforme U , stratification uniforme de fréquence de Brunt-Väisälä constante N
- ▶ Système d'équations linéaires avec approximation de Boussinesq \Rightarrow filtrage des ondes acoustiques
- ▶ Problème régi par le nombre de Froude :

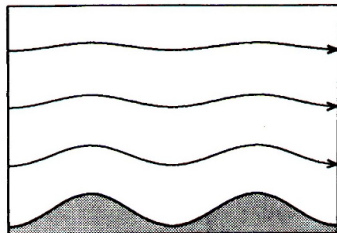
$$F = \frac{Uk}{N}$$



Écoulement stationnaire, deux régimes



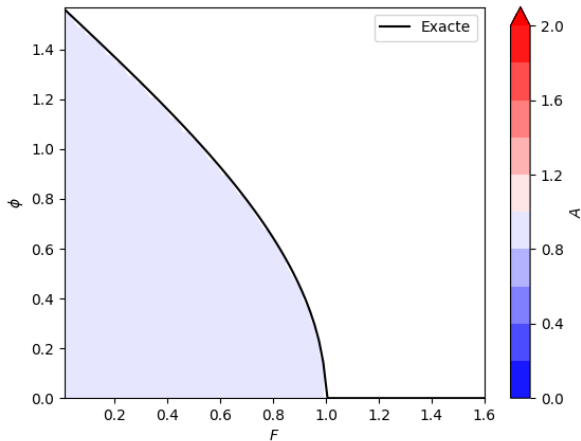
(a) Régime propagatif ($F < 1$)



(b) Régime évanescent ($F > 1$)

- ▶ Transition entre les deux régimes en $F = 1$
- ▶ Angle ϕ avec la verticale
- ▶ Module constant au cours du temps

Graphique de bifurcation



Discrétisation temporelle

On discrétise le système :

$$\frac{d\Psi}{dt} = \mathcal{M}(\Psi)$$

par la méthode semi-implicite semi-lagrangienne, en approchant le schéma de Crank-Nicolson :

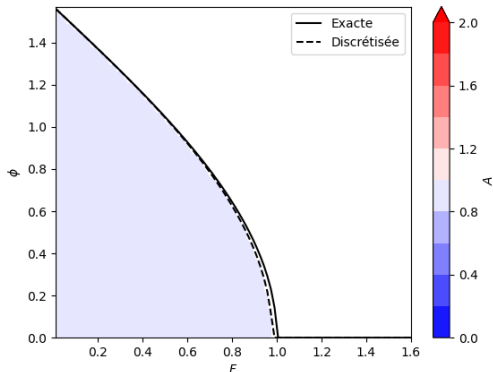
$$\frac{\Psi_f^+ - \Psi_o^0}{\Delta t} = \frac{1}{2}\mathcal{M}(\Psi_f^+) + \frac{1}{2}\mathcal{M}(\Psi_o^0)$$

- ▶ Ψ_o^0 est l'état du système à l'instant t au point origine o
- ▶ Ψ_f^+ est l'état du système à l'instant $t + \Delta t$ au point final f

Affaiblissement des contraintes numériques \Rightarrow grand pas de temps ($\Delta t = 50$ s pour $\Delta x = 1.3$ km), mais problème à inverser
 Problème régi par deux nombres adimensionnels : F et $N\Delta t$

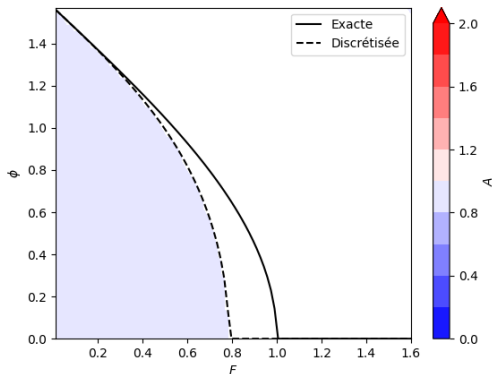
- ▶ $N = 0.01 \text{ s}^{-1}$ (stratification standard),
- ▶ $N = 0.04 \text{ s}^{-1}$ (forte stratification)

Schéma de Crank-Nicolson, stratification standard



- ▶ Transition entre les deux régimes en $F \approx 1$
- ▶ Conservation de l'amplitude

Schéma de Crank-Nicolson, forte stratification



- ▶ OK pour F petit
- ▶ Transition entre les deux régimes en $F \approx 0.8$
- ▶ Conservation de l'amplitude

Schéma ICI (Iterative Centered Implicit)

\mathcal{L} est la linéarisation de \mathcal{M} autour d'un état [Bénard, 2003] :

- ▶ isotherme de température $T = 350$ K
- ▶ au repos
- ▶ hydrostatique
- ▶ sur un terrain plat
- ▶ sec

⇒ inversion d'un problème linéaire

Schéma ICI à n itérations :

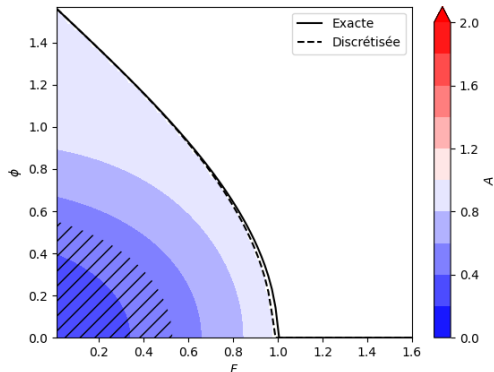
$$\frac{\psi_f^{+(n)} - \psi_o^0}{\Delta t} = \frac{1}{2}\mathcal{L}(\psi_f^{+(n)}) + \frac{1}{2}\mathcal{L}(\psi_o^0) + \frac{1}{2}\mathcal{R}(\psi_f^{+(n-1)}) + \frac{1}{2}\mathcal{R}(\psi_o^0)$$

où :

$$\mathcal{R} = \mathcal{M} - \mathcal{L}$$

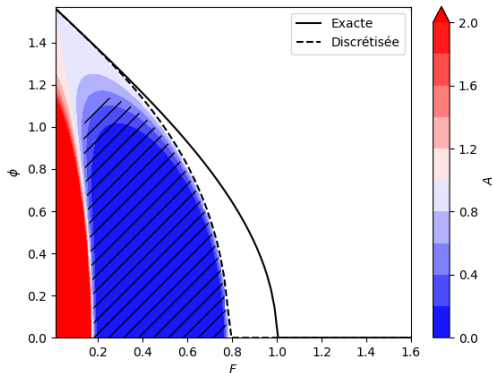
Dans AROME, $N_{iter} = 2$

Schéma ICI, stratification standard



- ▶ Atténuation des modes transitoires
- ▶ Transition entre les deux régimes en $F \approx 1$

Schéma ICI, forte stratification

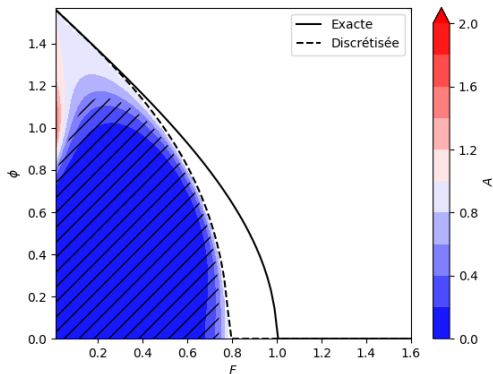


► Instabilités numériques

⇒ Besoin de stabiliser le système

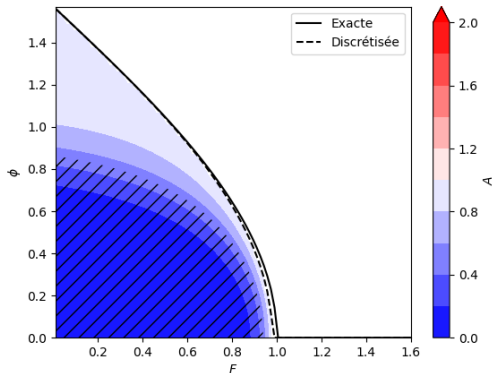
Schéma ICI + température spécifique, forte stratification

⇒ Utilisation d'une température spécifique pour l'équation de la quantité de mouvement verticale $T_e = 100$ K [Bénard, 2005]



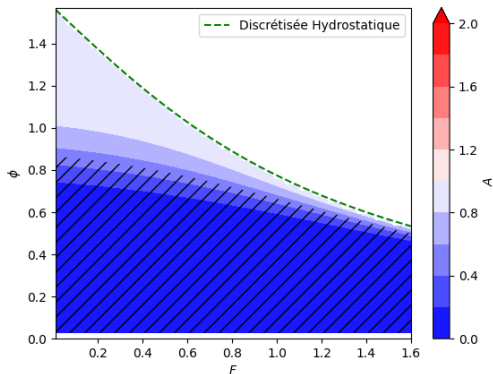
- ▶ Moins d'instabilités numériques
- ▶ Très forte atténuation des modes transitoires

Schéma ICI + température spécifique, stratification standard



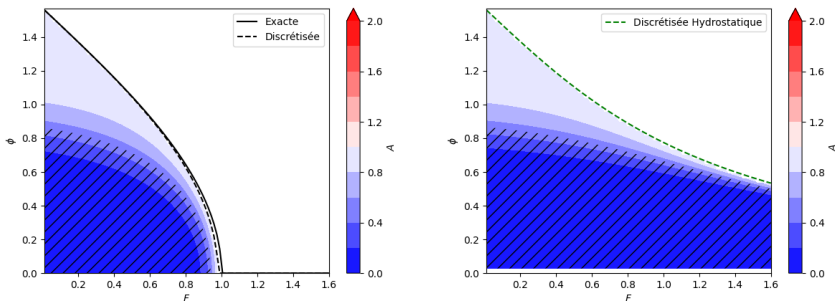
► Très forte atténuation des modes transitoires

Schéma ICI, cas hydrostatique, stratification standard



- ▶ Pas de régime évanescent
- ▶ Très forte atténuation des modes transitoires

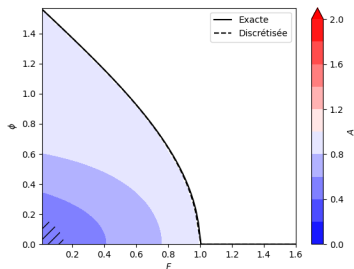
Comparaison systèmes Non Hydrostatique vs Hydrostatique, stratification standard



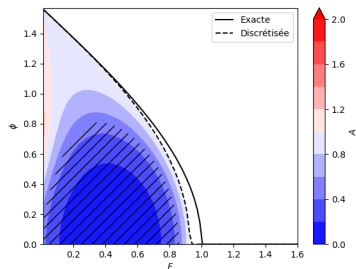
- ▶ Syst. H incapable de prévoir le régime évanescent
- ▶ Syst. NH meilleur pour les modes quasi-stationnaires
- ▶ Qualité comparable pour les modes transitoires (forte atténuation)

Schéma ICI, diminution du pas de temps

$$\Delta t = 25 \text{ s}, T_e = 210 \text{ K} \Rightarrow \text{coût} \times 2$$



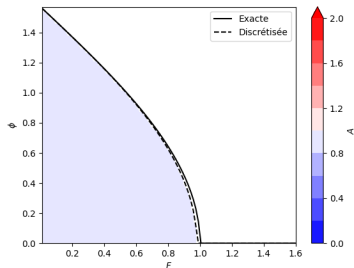
(a) Stratification standard



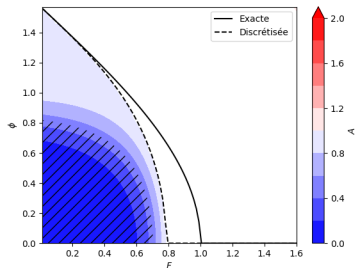
(b) Forte stratification

Schéma ICI, augmentation du nombre d'itérations

$N_{iter} = 6, T_e = 350 \text{ K} \Rightarrow \text{coût} \times 2 \text{ à } \times 3$



(a) Stratification standard



(b) Forte stratification

Conclusions

Avec la configuration actuelle d'AROME sur le cas considéré :

- ▶ les modes stationnaires sont relativement bien modélisés, sauf quand l'atmosphère est très stratifiée,
- ▶ les modes transitoires sont filtrés pour la plupart,
- ▶ les bénéfices de la résolution d'un système non-hydrostatique sont faibles par rapport à un ceux d'un modèle hydrostatique, sauf pour les modes quasi-stationnaires et évanescents

⇒ Utiliser la température spécifique T_e améliore la stabilité numérique mais filtre la plupart des modes transitoires

⇒ Améliorations coûteuses possibles en diminuant le pas de temps ou en augmentant le nombre d'itérations du schéma

⇒ Développement de nouveaux schémas numériques ?

Merci de votre attention !

Formulation de Durran, 1990 :

$$\partial_t u + U \partial_x u + \partial_x P = 0 \quad (1)$$

$$\partial_t w + U \partial_x w + \partial_z P - b = 0 \quad (2)$$

$$\partial_t b + U \partial_x b + N^2 w = 0 \quad (3)$$

$$\partial_x u + \partial_z w = 0 \quad (4)$$

CL : $w = GU$ en bas, radiatives en haut où $G = \partial_x h$,

$$h(x) = h_m \cos(kx) \quad (5)$$

Equation de structure :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\partial_x^2 + \partial_z^2 \right) \psi + N^2 \partial_x^2 \psi = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\partial_x^2 + \frac{1}{r} \partial_z^2 \right) \psi + N_*^2 \partial_x^2 \psi = 0 \quad (7)$$

$$r = \frac{T_e}{T} \quad (8)$$

Écoulement stationnaire :

$$w = \hat{w} \exp(-\mu z) \sin(kx) \text{ pour } F > 1 \quad (9)$$

$$w = \hat{w} \sin(kx + mz) \text{ pour } F < 1 \quad (10)$$

Pour $F < 1$:

$$\phi = \arccos(F) \quad (11)$$

$$\phi_H = \arctan(1/F) \quad (12)$$

Pour le schéma CN :

$$\phi = \arccos \left[\frac{2}{N\Delta t} \tan \left(\frac{1}{2} FN\Delta t \right) \right] \quad (13)$$